

# 地震

第 2 輯

第 11 卷 第 2 號

昭和 33 年

---

論 說

- 苦土橄欖石 ( $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ ) の状態方程式と地球中間層上部 ..... 和田 卓 彦 ..... 55
- 地球のねじり振動 ..... 竹 内 均 ..... 68
- 分散曲線による地殻構造の決定について (I) ..... 佐 藤 良 輔 ..... 76
- 妹沢波について ..... 竹 内 均・小 林 直 太 ..... 87
- 大爆破による関東地方北部の地下構造 ..... 爆破地震動研究グループ ..... 102

寄 書

- 成層構造に対する ray theory の適用 (1) ..... 田 治 米 鏡 二 ..... 114
- 成層構造に対する ray theory の適用 (2) ..... 田 治 米 鏡 二 ..... 115
- 成層構造に対する ray theory の適用 (3) ..... 田 治 米 鏡 二 ..... 117
- 地 震 時 報 ..... 118

---

地 震 学 会

# 地震学会々則

1. 本会は地震およびこれに関連する諸現象の研究並びにその応用に関する知識を交換、普及し震火災防止に貢献することを目的とする。
2. 本会は地震学会と称して、事務所を東京大学地球物理学教室内におく。
3. 本会はその目的を達するため下記の事業を行う。
  - (i) 通常総会および臨時総会
  - (ii) 学術講演会
  - (iii) 会誌「地震」の発行
  - (iv) 其他必要なる事業

通常総会は毎年必ず1回適当な時期に行い、臨時総会は委員5名以上あるいは会員30名以上の請求のあつた時に開く。総会の成立は普通会員1/5以上の出席(委任状を含む)を要する。
4. 本会々員は名誉会員、普通会員、購読会員、及び賛助会員とする。会員となろうとする者は会費1ヶ年分をそえて本会事務所へ申込みものとする。
5. 地方あるいは特別の機関等に支部をおくことができる。
6. 委員長1名、委員若干名をおく。
7. 委員長は本会を代表し、各委員は編輯、庶務、会計等の事務を分担し、そのために若干名の幹事をおくことが出来る。幹事は委員長が委嘱する。
8. 本会には顧問若干名をおくことができる。
9. 委員は普通会员の互選によつて選出する。委員長は委員の互選による。委員長及び委員の任期は1年とし、再選をさまたげない。
10. 委員及び委員長の更迭期を3月末とする。途中補欠として加つたものの任期は前任者の残存期間とする。

## 附 則

1. 普通会员、購読会員の会費は1年500円とする。
2. 会費年1口(10000円)以上をおさめたものを賛助会員とする。
3. 支部のないときは連絡幹事をおく。連絡幹事は委員長が委嘱する。
4. 本会則は総会(又は臨時総会)に於て出席会員の過半数の賛成により改訂又は附加することが出来る。

## 委 員 (1958年3月選出)

委員長	松沢武雄				
委員	飯田汲事(名古屋大)	早川正巳(地質調)	萩原尊礼(東大)	西村英一(京大)	
	本多弘吉(東北大)	和達清夫(気象庁)	河角広(東大)	金子徹一(地質調)	
	金井清(東大)	笠原慶一(東大)	高橋竜太郎(東大)	竹内均(東大)	
	田治米鏡二(北大)	坪井忠二(東大)	宇佐美竜夫(気象庁)	宇津徳治(気象庁)	
	井上宇胤(気象庁)	松沢武雄(東大)	松本利松(東大)	田望(東大)	
	浅田敏(東大)	安芸敬一(東大)	佐藤泰夫(東大)	佐々憲三(京大)	
	宮部直巳(地理調)	下鶴大輔(九大)	島津康男(名大)	広野卓蔵(気象庁)	
	末広重二(気象庁)	鈴木次郎(東北大)			
庶務係幹事	松本利松・田望・宇佐美竜夫・宇津徳治				
会計係幹事	笠原慶一・浅田敏				
査査	西村英一・早川正巳				
編輯係幹事	金井清・佐藤良輔・小口雄康				
編輯委員	坪井忠二・萩原尊礼・佐々憲三・本多弘吉・松沢武雄				
地方連絡幹事	田治米鏡二・鈴木次郎・島津康男・三木晴男・下鶴大輔				
学会連合連絡幹事	末広重二				
研連委連絡委員	浅田敏				
顧問	中村左衛門太郎・北沢五郎				

# 苦土橄欖石 ( $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ ) の状態方程式と 地球中間層上部

名古屋大学理学部地球科学教室 和田 卓彦

(昭和 33 年 3 月 4 日受理)

## An Equation of State of Forsterite ( $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ ) and the Upper Part of the Earth's Mantle.

Tatsuhiko WADA

Institute of Earth Sciences, Faculty of Science, Nagoya University.

(Received March 4, 1958)

An equation of state of forsterite based upon an ionic model has been deduced theoretically and the following results have been obtained.

1) Calculated variations of the density and incompressibility with pressure agree well with those obtained by K. E. Bullen for the B-layer. (Table 1) (Fig. 2)

2) The calculated activation energy value 3.29 e.v. is compatible with the experimental value by Hughes.

3) Variation of the activation energy with pressure is fairly less than expected. (Table 2) Using the data of distribution of electrical conductivity within the B-layer, the temperature gradient within it has been found to be about  $1^\circ/\text{km}$ . (Fig. 5)

4) A possibility of the polymorphic transition of forsterite from an olivine structure to a spinel structure is discussed. Comparing the lattice energies for both structures, it is shown that the transition is impossible. (Table 4)

### § 1. 序 論

地球中間層 (mantle) 上部 (以下 BULLEN にならつて B 層と称する) の化学的組成は、鉄、マグネシウムの珪酸塩と考えられている。特にダン橄欖岩 (dunite) は大部分橄欖石 [olivine,  $(\text{Mg}, \text{Fe})_2\text{SiO}_4$ ] からできているが、B 層の構成物質として、もつとも妥当なものと思われる。橄欖石は普通約 90 % の苦土橄欖石 (forsterite,  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ ) と、約 10 % の鉄橄欖石 (fayalite,  $\text{Fe}_2\text{SiO}_4$ ) とからできている。したがつて、B 層の物性を論ずるには、 $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  の物性を調べておくことが重要であろう。

この論文では、 $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  をイオン結晶と考えて、その状態方程式を導き、 $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  の密度、非圧縮率の圧力による変化を計算して、地震波速度分布から得られた BULLEN の値と比較する。

また  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  結晶の中に、 $\text{Mg}^{2+}$ 、 $\text{O}^{2-}$  兩種イオンの空孔が存在する Schottky 型の格子欠陥の場合の偏極エネルギーを計算し、その結果から、 $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  の活性化エネルギーを求め、

このエネルギーの圧力による変化をも計算した。その結果、B 層内では活性化エネルギーはそれ程増加しないことがわかったが、これは今までのいろいろな研究では見のがされていた新しい事実である。

B 層の下 C 層では、密度と非圧縮率が深さと共に大きく変化し、異常な物性をもつてゐるようにみえる。ここでは BERNAL と JEFFREYS が示した仮説、すなわち C 層で  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  がオリビン型結晶からスピネル型結晶に多形転位しているという仮説を吟味する。

## § 2. $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ の状態方程式

BRAGG によると<sup>1)</sup>、 $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  は  $a=4.755\text{\AA}$ ,  $b=10.21\text{\AA}$ ,  $c=5.985\text{\AA}$  の 3 軸をもつ斜方晶系

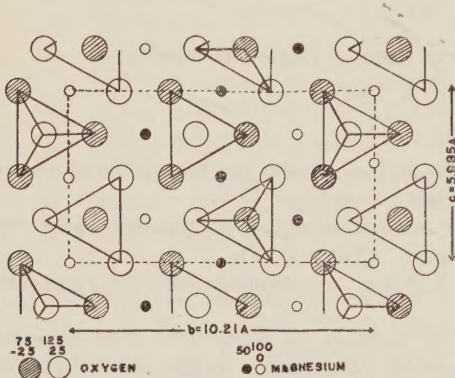


Fig. 1. Olivine structure of  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ .  
Si atom of which position is the center of O-tetrahedral, is not shown in the figure.

に属する結晶である。その構造は Fig. 1 に示されている。以下これを  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  のオリビン型構造と呼ぶことにする。

$\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  結晶の結合力はイオン結合と原子価結合の混った複雑なものと考えられる。結合の性質についての正確な議論は、量子力学的な取扱いによらねばならないが、第一近似として、 $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  を  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{Si}^{4+}$ ,  $\text{O}^{2-}$  の 3 種のイオンからできているイオン結晶と考えることにする。イオン結晶の格子エネルギーの表現としては、

$$u(r) = -A/r + B \exp(-r/\rho) \quad (1)$$

がよく用いられる。ここで  $r$  はイオン間の最短距離とするのが通常であり、 $A$ ,  $B$  は結晶型やイオンの種類で定められる常数、 $\rho$  は結晶型やイオンの種類によらない常数である。(1) の第 2 項を  $B/r^m$  でおき換えた式もよく用いられるが、高圧実験の結果は (1) 式の方が適當であることを示すし、量子力学的な計算も (1) の表現を支持している。したがって、ここでは (1) を用いることにする。 $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  のような結晶のとり扱いに便利のように (1) を変形して

$$u(v) = -A/(v/v_0)^{1/3} + B \exp\{- (v/v_0)^{1/3}/\rho\} \quad (2)$$

と書く。ここで  $v$  は 1 分子の体積、suffix の 0 は絶対  $0^\circ\text{K}$ 、圧力 0 での値を意味する。また、 $A$ ,  $B$ ,  $\rho$  は (1) の  $A$ ,  $B$ ,  $\rho$  にそれぞれ対応する常数である。(2) の第 1 項は静電ポテンシャルエネルギーを示すもので、たとえば、 $i$  番目のイオンの電荷を  $e_i$  とし、 $i$  番目と  $j$  番目の 2 つのイオン間の距離を  $r_{ij}$  とすると、 $\sum_{ij} e_i e_j / r_{ij}$  ( $i \neq j$ ) で与えられる。この

和の具体的な計算法はいくつか考えられているが、複雑な結晶に適した BERTAUT の方法にしたがつて<sup>2)</sup>, イオンの電荷をそのイオンの中心を中心とする球対称分布  $\sigma(|\vec{r}|)$  でおきかえる. ここで  $\vec{r}$  はイオンの中心からの位置ベクトルである. さらに  $\sigma(|\vec{r}|)$  を次のようにとる.

$$\sigma(\vec{r}) \dots \begin{cases} = C & |\vec{r}| \leq R \\ = 0 & |\vec{r}| > R \end{cases} \quad C = 3/4\pi R^3 \quad (3)$$

この場合各イオンの  $\sigma(\vec{r})$  は互に接してもよいが、重ならないようにするのが便利であるから、 $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  でイオン間距離のもつとも小さい  $\text{Si}^{4+}$  と  $\text{O}^{2-}$  の最短距離の半分、 $0.8915 \text{ \AA}$  を  $R$  ととることとする. 結晶内に適当に座標系を定め、その座標  $(x, y, z)$  で上記の  $\sigma(\vec{r})$  を書きかえて  $\sigma(x, y, z)$  とする.

これらの  $\sigma(x, y, z)$  から作られる結晶の電荷密度  $\rho(x, y, z)$  を三重フーリエ級数に展開し、Poisson の方程式

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho \quad (4)$$

からポテンシャル  $\varphi$  を求めると、この  $\varphi$  が (2) の第 1 項に相当する. Fig. 1 に示されているように  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  の単位細胞は 4 分子の  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  を含んだものである. 計算に当つては、1 つの単位細胞の中央にある  $\text{Mg}^{2+}$  の中心に座標原点をとり、座標軸を結晶の 3 軸と平行にとつた. 原点を含む細胞から、 $a$  軸方向に 12 番目の細胞が含まれるように、原点を中心とした球を考え、その球内の細胞がすべて計算に入るようにした. その結果、 $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  1 分子当りについて、

$$Ae^2/(v/v_0)^{1/3} = 155.22e^2/b \quad (5)$$

を得る. ここで  $e$  は電子の電荷である.

また (2) の第 2 項は反撥ポテンシャルを意味しているもので、2 つの未知量  $B, \rho$  を含んでいる. (2) の 1 次及び 2 次微分によつて得られる圧力  $p$  及び等温非圧縮率  $K_T$  についての式

$$p = -du(v)/dv = (1/3v)\{-A/(v/v_0)^{1/3} + B\{(v/v_0)^{1/3}/\rho\} \exp\{-(v/v_0)^{1/3}/\rho\}\} \quad (6)$$

$$K_T = -vdp/dv = (1/9v)\{-A/(v/v_0)^{1/3} + B\{(v/v_0)^{1/3}/\rho\} \exp\{-(v/v_0)^{1/3}/\rho\} + B\{(v/v_0)^{2/3}/\rho^2\} \exp\{-(v/v_0)^{1/3}/\rho\}\} + p \quad (7)$$

と  $K_T$  の実験値とから  $B, \rho$  を求める.  $p=0$  での  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  に対する実験値  $K_T=1.22 \times 10^{12} \text{ dynes/cm}^2$  を用いると、(2) は  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  1 分子当りに対して、

$$u(v) = -350.709185/(v/v_0)^{1/3} + 5890.089736 \exp\{-4.2735(v/v_0)^{1/3}\} \quad (8)$$

となる. ただし、(8) は  $10^{-12} \text{ erg}$  を単位としてある. (8) を (6), (7) に入れると、 $p, K_T, (v/v_0)^{1/3}$  の間の関係が得られる. これらの値は Table 1 に示した. この表の密度  $\rho$

Table 1. Variation of density  $\rho$ , incompressibility  $K_T$  and pressure  $p$  of  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  versus change  $(v/v_0)$ .

$(v/v_0)^{1/3}$	$p$ ( $\cdot 10^{12}$ dynes/cm $^2$ )	$K_T$ ( $\cdot 10^{12}$ dynes/cm $^2$ )	$\rho$ (gr/cm $^3$ )
1	0	1.22	3.30
0.99	0.039	1.32	3.40
0.98	0.082	1.44	3.51
0.97	0.129	1.56	3.62
0.96	0.180	1.70	3.73

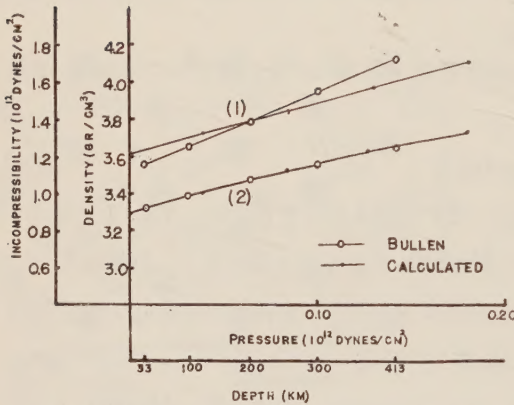


Fig. 2. Distribution of density (curve 2) and incompressibility (curve 1) within the B-layer.

はもつと少くなるであろう。

### § 3. $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ の電気伝導度

HUGHES の実験によると<sup>4)</sup>、橄欖石は  $1100^\circ\text{C}$  以上の温度で、イオン伝導による電気伝導を示す。

イオン伝導による電気伝導度  $\sigma$  は一般に、

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-E/kT) \tag{9}$$

であらわされる。ここで、 $E$  は活性化エネルギー、 $k$  は Boltzmann 常数であり、 $\sigma_0$  は温度  $T$  を無限大に外挿した場合の電気伝導度である。

$\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  の活性化エネルギーを理論的に計算するため、 $\text{Mg}^{2+}$ 、 $\text{O}^{2-}$  両イオンの空孔による Schottky 型のイオン欠陥を考え、そのイオン欠陥による伝導機構を論ずることにする<sup>6)</sup>。

$\text{Mg}^{2+}$ 、 $\text{O}^{2-}$  のイオン空孔を作るのに必要な仕事  $W$  は、

$$W = (1/2)\{W_L - (1/2)z_{\text{Mg}}e\phi_{\text{Mg}} - (1/2)z_{\text{O}}e\phi_{\text{O}}\} \tag{10}$$

は  $(v/v_0)^{1/3}=1$  のとき、 $\rho_0=3.3\text{ gr/cm}^3$  になるようにとつてある (原子量と BRAGG の格子常数から計算すると、 $\rho_0=3.216\text{ gr/cm}^3$  である)。Table 1 の値と BULLEN の値<sup>3)</sup>との比較を Fig. 2 に示した。

密度については両者はほとんど完全に一致する。非圧縮率の方も、かなりよい一致を示し、その差は最大で 8 %位である。計算値は等温非圧縮率についてのものであり、BULLEN の値は断熱非圧縮率を示すことを考慮すると、高圧部での差

で与えられる。ここで  $W_L$  は  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{O}^{2-}$  が  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  の結晶内でもつている格子エネルギーの和の半分であり,  $\phi_{\text{Mg}}$ ,  $\phi_{\text{O}}$  は, それぞれ  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{O}^{2-}$  の空孔により生じた結晶の偏極が, もとの空孔の中心におよぼすポテンシャルである。  $z_{\text{Mg}}$ ,  $z_{\text{O}}$  は  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{O}^{2-}$  の荷電数である。

(8) によつて全格子エネルギー  $u(v)$  は判つているから,  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{O}^{2-}$  の格子エネルギーが, それぞれ  $u(v)$  の何分の一を受けもつかを知れば,  $W_L$  を求めることができる。そのためオリビン型構造とよく似たスピネル型の結晶 (Fig. 3 に示した) についての値をかりることとする。

スピネル型結晶の静電ポテンシャルエネルギーは,

VERWEY 等<sup>6)</sup>によつて EWALD の方法で求められており, 各イオンのうけもつエネルギーの割合が知れている。その比率は (4 価イオン): (2 価イオン): (-2 価イオン) = 25.01:14.98:14.55 である。(5) の  $u(v)_{v=v_0}$  をこの比率で分配して  $W_L$  の値を近似的に求めると,  $W_L = 35.84 \text{ e.v.}$  を得る。

$\phi_{\text{Mg}}$ ,  $\bar{\phi}_{\text{O}}$  の計算は, MOTT と LITTLETON の方法にしたがつて, 次のように行う<sup>7)</sup>。まず結晶が連続誘電体である場合を出発近似とすると, イオン空孔に電荷  $e$  をおいたとき, 空孔の中心から  $r$  の距離にある点の偏極  $P$  は結晶の光学的誘電率を  $\epsilon_0$  として,

$$P = (1/4\pi) (1 - 1/\epsilon_0) e/r^2 \quad (11)$$

である。この点にある各イオンの双極子能率  $\mu$  は,

$$\mu_i = \{\alpha_i / (2\alpha_{\text{Mg}} + 4\alpha_{\text{O}} + \alpha_{\text{Si}})\} \cdot (1/4\pi) \cdot (1 - 1/\epsilon_0) (ve/2r^2) \quad (12)$$

( $i = \text{Mg, Si, O}$ )

で与えられる。ここで  $\alpha$  は各イオンの分極率,  $v$  は  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  の 1 分子の体積である。suffix の Mg, Si, O, はそれぞれのイオンに属することを意味する。(9) の  $\mu_i$  をすべてのイオンについて加えることにより, 空孔の中心に与えるポテンシャル  $\phi$  は,

$$\phi = \sum_{\text{Mg}} \mu_{\text{Mg}}/r^2 + \sum_{\text{Si}} \mu_{\text{Si}}/r^2 + \sum_{\text{O}} \mu_{\text{O}}/r^2 \quad (13)$$

で与えられる。ここで  $\sum$  の下の Mg, Si, O はそれぞれのイオンのみについての和を意味する。 $\phi_{\text{Mg}}$ ,  $\phi_{\text{O}}$  はそれぞれの空孔からの距離  $r$  について (13) を計算することによつて得られる。この計算は (12), (13) から,  $\sum 1/r^4$  の計算に還元されるので, たとえば MISRA の方法を用いて計算される<sup>7)</sup>。 $\epsilon_0$  は分極率  $\alpha_{\text{Mg}} = 0.094$ ,  $\alpha_{\text{Si}} = 0.0165$ ,  $\alpha_{\text{O}} = 2.4 (\cdot 10^{-24} \text{ cm}^3)$  と,

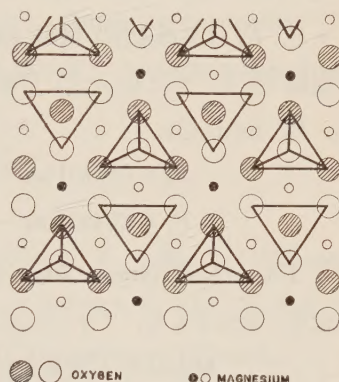


Fig. 3. Spinel structures of  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ .

CLAUSIUS-MOSSOTTI の式を使つて<sup>8)</sup>,  $\epsilon_0=4.90$  となる.

分極率と  $\epsilon_0$  を用い, (12), (13) から  $(1/2)z_{\text{Mg}}e\phi_{\text{Mg}}=14.20 \text{ e.V.}$ ,  $(1/2)z_{\text{O}}e\phi_{\text{O}}=8.53 \text{ e.V.}$  得られる. 次にイオン空孔附近のイオンの変位による影響を加える. イオン変位を考慮して補正を行つた双極子能率を  $\bar{\mu}$  であらわすと, MOTT と LITTLETON により  $\bar{\mu}$  は,

$$\bar{\mu}_i = \alpha_i \{E + (4\pi/3)(P_0 + rP_1)\} + (ze/2c)^2 \{E + (4\pi/3)(P_1 + rP_0)\} \quad (14)$$

$$(i = \text{Mg, Si, O})$$

で与えられる. ここで  $E=ze/\epsilon r$  は空孔が与える電場であり,  $\epsilon$  は静電場における誘電率である. また,  $P_0$  は結晶全体の偏極 (変位によるものを含めない),  $P_1$  はイオンの変位による結晶の偏極である.  $r$  は  $0 \leq r \leq 1$  の数で,  $P_0$  と  $P_1$  の割合を示す因子である ( $r \approx 1$  とする).

$P_0, P_2$  はそれぞれ

$$P_0 = (3/4\pi) [(a_1 - 1 + r)E / \{(a_0 - 1)(a_1 - 1) - r^2\}] \quad (15)$$

$$P_1 = (3/4\pi) [(a_0 - 1 + r)E / \{(a_0 - 1)(a_1 - 1) - r^2\}] \quad (16)$$

ここで  $1/a_0 = (4\pi/3)(4\alpha_{\text{O}} + 2\alpha_{\text{Mg}} + \alpha_{\text{Si}})/v$ ,  $1/a_1 = (4\pi/3)(ze)^2/c(v/4)$  で与えられる.  $c$  は弾性常数の意味をもち, イオンの相対変位を  $x$  とするとき,  $x$  に対して  $cx$  の弾性力が生ずることを示す.  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  が複雑な結晶であるため,  $c$  は直接求められないから,  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  と同様に圧縮率の小さい, しかも問題にしているイオンの中の  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{O}^{2-}$  を含む  $\text{MgO}$  について計算した値を用いることにする.  $\text{MgO}$  1 分子の格子エネルギーを,  $-\alpha_M z^2 e^2 / r_0 + 6A \exp(-r_0/\rho)$  で与えておくと,  $c$  を反撥ポテンシアル  $\omega(r) = A \exp(-r_0/\rho)$  だけの関数と考えて,  $c = 2\{\omega'(r_0) + 2\omega''(r_0)/r_0\}$  で与えられる. ここで  $\text{MgO}$  に対する値  $r_0 = 2.10 \text{ \AA}$ ,  $z = 2$ ,  $\alpha_M = 1.7476$  及び  $\rho = 0.345 \text{ \AA}$  を用いて,  $p = 0$  での平衡条件から  $A$  を消去すると,

$$c = (\alpha_M z^2 e^2 / 3r_0) \{ (1/\rho) - (2/r_0) \} = 2.425 \times 10^6 \text{ C.G.S.} \quad (17)$$

を得る. SZIGETI の注意によると<sup>9)</sup>,  $\text{MgO}$  においては, 弾性の実験から得られる非圧縮率  $K_B$  と, 電場を与えて誘電率を測り, それから計算される非圧縮率  $K_D$  とは  $K_B/K_D = 0.47$  の関係にある. 我々の欲しいのは電場内での値, すなわち  $K_D$  に相当するものであるから,  $c' = c/(K_B/K_D)$  で補正して,  $c' = 5.16 \times 10^6 \text{ C.G.S.}$  を用いる.  $\epsilon$  は  $\epsilon_0$  の値と

$$\epsilon = \epsilon_0 + 3/(a_0 - 1) \quad (18)$$

から  $\epsilon = 6.93$  となる. このようにして得られた  $c', \epsilon$  を用いて, (14), (15), (16) から  $\bar{\mu}$  を計算し,  $\phi_{\text{Mg}}, \phi_{\text{O}}$  の補正值  $\bar{\phi}_{\text{Mg}}, \bar{\phi}_{\text{O}}$  を計算すると,

$$\left. \begin{aligned} (1/2)z_{\text{Mg}}e\bar{\phi}_{\text{Mg}} &= 18.63 \text{ e.V.} \\ (1/2)z_{\text{O}}e\bar{\phi}_{\text{O}} &= 12.63 \text{ e.V.} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

を得る. また (19) と  $W_L$  の値を (10) に入れて,

$$W_L = 2.29 e.V. \quad (20)$$

を得る. 活性化エネルギー  $E$  は, この  $W$  に伝導イオンが格子内を動くに要するポテンシャルエネルギーを加えて

$$E = W + U \quad (21)$$

で与えられる. 一般に  $U$  はイオン結晶内に微量の混入イオンのためにおこる電気伝導の活性化エネルギーに等しい (KOCH と WAGNER はこの種の電気伝導の項,  $\sigma = \sigma_0 e^{-U/kT}$  を “structure-sensitive” 項と名付けている<sup>5)</sup>). HUGHES によると, 橄欖石の低温での電気伝導の項は,  $1 e.V.$  の活性化エネルギーをもち,  $\sigma_0 = 10^{-4} \text{ ohm}^{-1}$  であつて, “impurity conduction” とされている.  $1 e.V.$  という値や  $\sigma_0$  の値から考えると, KOCH 等の言う “structure-sensitive” 項と考えてよい. したがつて,  $U = 1 e.V.$  とすると (21) は,

$$E = 2.29 e.V. + 1 e.V. = 3.29 e.V. \quad (22)$$

となり, HUGHES の実験値  $3.0 e.V.$  に近い.

圧力による  $E$  の変化を考えると, (10) と (21) から次のように,  $W_L$ ,  $-\{(1/2)z_{\text{Mg}}e\phi_{\text{Mg}} + (1/2)z_{\text{O}}e\phi_{\text{O}}\}$ , 及び  $V$  の圧力による変化を求めればよいことが知れる. (A).  $W_L$  は圧力に対して, 格子エネルギー  $u(v)$  と同じ変化をする. (B).  $\{(1/2)z_{\text{Mg}}e\phi_{\text{Mg}} + (1/2)z_{\text{O}}e\phi_{\text{O}}\}$  は (12), (13) から考えると  $(v)^{-1/3}$  に比例している. しかし, 実際には  $c$ ,  $\varepsilon$  等が圧力により変化するから,  $(v)^{-1/3}$  よりは緩い割合で変るであろう. 次の 3 つの場合を考えて大体の傾向を知ることにする:  $\{(1/2)z_{\text{Mg}}e\phi_{\text{Mg}} + (1/2)z_{\text{O}}e\phi_{\text{O}}\}$  は, (Case 1) 圧力によらない; (Case 2)  $(v)^{-1/6}$  に比例する; (Case 3)  $(v)^{-1/3}$  に比例する. (C). 伝導イオンが, 結晶内の各イオンの作るポテンシャルの鞍部を越えるに必要なポテンシャルが  $U$  に等しいと考えられる. したがつて, 結晶内の隣り合うイオン間のほぼ中央部のポテンシャルの型によつて  $U$  は定められるから, 反撥ポテンシャルのみによつて  $U$  はほとんど決定される. 原子の中心に近い部分のポテンシャルはよくわかつていないが, 高圧実験によると, 反撥ポテンシャルが  $(v)^{-12/3}$  に比例する場合の多いことが知られているので,  $U \propto (v)^{-4}$  と考えることにする. (D).  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  のイオン伝導は,  $1000^\circ\text{C}$  以上の温度で卓越することが予想されるので,  $E$  に対する温度の影響を考えることが必要である. MIE-GRÜNEISEN の状態方程式<sup>9)</sup>

$$p + du(v)/dv = \gamma E_{\text{vib}}/v \quad (23)$$

を使つて, 温度による影響を求める. ここで  $\gamma$  は GRÜNEISEN 常数,  $E_{\text{vib}}$  は DEBYE 模型を使つて

$$E_{\text{vib}} = (9/8)\theta \cdot k + 3k \cdot T \cdot D(\theta/T) \quad (24)$$

であらわされる.  $\theta$  は DEBYE 温度,  $D(\theta/T)$  は DEBYE 関数であり,  $\theta$  の圧力による変化



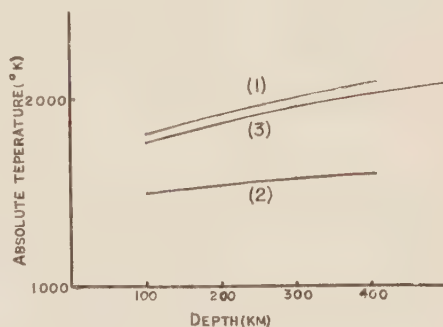
$10^{-6} \text{ e.V./bar}$  であるので, (Case 1) の場合がもつともらしく思われる.  $E$  の値として (Case 1) を,  $\sigma_0$  として  $10^{-5} \text{ ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$  をとり, 電気伝導度分布として, (1) LAHIRI と PRICE の分布の中の  $d$ -curve, (2) 力武の分布を考えると<sup>16)</sup>, B 層の温度分布が Table 3 のように得られる. これを図示したのが Fig. 5 で, この図には比較のため GUTENBERG の与えた温度分布を同時に示した.

Table 3. Temperature distribution within the B-layer.

depth (km)	temperature °K	
	(1)	(2)
100	1,820	1,500
200	1,920	1,540
300	2,010	1,580
400	2,100	1,600
mean of $dE/dp$	$1^\circ/\text{km}$	$0.4^\circ/\text{km}$

(1) calculated value based upon Lahiri and Price's  $d$ -curve.

(2) calculated value based upon Rikitake's model.



(1) calculated value based upon Lahiri and Price's  $d$ -curve.

(2) calculated value based upon Rikitake's model.

(3) Gutenberg's result.

Fig. 5. Temperature distribution within the B-layer.

(1) の場合には, 計算値は GUTENBERG の値とよく一致している. この場合, 両者とも温度勾配は約  $1^\circ/\text{km}$  である. (2) の場合は計算値の温度勾配は  $0.4^\circ/\text{km}$  で, 力武の計算値  $1^\circ/\text{km}$  よりかなり小さい. (Case 1) の場合は,  $dE/dp$  を最大に見つもつているから, 温度勾配も最大に見つもつていることになる. 多分電気伝導度分布が (1) と (2) の中間のもので,  $E$  の変化が (Case 1) か, または (Case 2) に近いものが妥当と思われる. したがって, 断熱勾配に近い温度分布が予想される.

#### § 4. $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ の多形転位の可能性

$\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  が高圧の下で, オリビンから等軸立方結晶のスピネル型へ多形転位するのではないかという考えは, 最初 BERNAL と JEFFREY によつて提起され<sup>17)</sup>, その後この問題について多くの研究が行われている. ここでは両方の結晶型のもつ格子エネルギーの比較によつて多形転位の可能性を調べる. この方法はアルカリハロイドについて用いられて, かなりの成功を収めているからである<sup>9) 18)</sup>.

今結晶型  $A$  から結晶型  $B$  へ, 絶対  $0^\circ\text{K}$ , 圧力  $p$  で転位したとすると,  $A, B$  両結晶型の平衡条件

$$U_A + pV_A = U_B + pV_B \quad (25)$$

が成立する。ここで  $U$  は格子エネルギー、 $V$  は体積を示し、 $A, B$  はそれぞれの結晶型に対する値を示すためのものである。(25) の  $U, V$  はいずれも  $p$  の関数であるが、近似的に  $p=0$  の値  $U_0, V_0$  でおきかえてしまうと、(25) は

$$p \cong (U_{B,0} - U_{A,0}) / (V_{A,0} - V_{B,0}) \quad (26)$$

となる。計算を簡単にするため、 $U$  として、 $U = -(A/r) + (B/r^n)$  を採用すると、 $p=0$  での平衡条件  $(dU/dr)_{p=0}=0$  から、

$$r_0 = (nB/A)^{1/(n-1)}, \quad U_0 = -(A/r_0) / \{(n-1)/n\} \quad (27)$$

を得る、(27) を (26) に入れて

$$p \cong (A/sr_0^4) F_n \quad (28)$$

$$F_n = \{ (n-1)/n \} \{ 1 - (A_B/A_A)^{n/(n-1)} \times (B_A/B_B) \} / \{ 1 - (s_B/s_A) (B_B/B_A)^{3/(n-1)} \cdot (A_A/A_B)^{3/(n-1)} \}$$

を得る。ここで  $s_A, s_B$  は  $s_A r_A^3, s_B r_B^3$  がそれぞれ 1 分子の体積を示すような構造因子である。

スピネル構造には、正逆 2 種類があるので<sup>19)</sup>、正逆両方へ転位する場合を考えねばならない。正スピネルは Fig. 3 に示したような構造であるが、逆スピネルは正スピネルにおいて、 $\text{Si}^{4+}$  の位置と  $\text{Mg}^{2+}$  の位置の半分とを入れ換えたものである。なお Fig. 3 は立方緊密充填の場合を示しているが、実際には緊密充填からずれている。このずれはスピネルの場合、oxygen parameter  $u = (3/8) + \delta$  で表現するのが通常である。 $\delta=0$ 、したがって  $u=0.375$  が緊密充填の場合をあらわし、 $\delta$  の増加は  $\text{O}^{2-}$  の作る 4 面体が拡がることを意味する。(28) の  $A$  は、オリビン型の場合(5)から、 $A/b=155.22e^2/b$  であり、スピネル型については VERWEY

Table 4. Electrostatic energy of normal and inverse spinel for several values of oxygen parameter  $u$  (unit:  $(e^2/a)10^{-12}$  erg).

	$u=0.375$	$u=0.380$	$u=0.385$	$u=0.390$
normal spinel	138.1	135.8	133.6	131.5
inverse spinel	128.6	131.4	134.0	136.5

等の計算から Table 4 のように与えられる。この表では、スピネル型が等軸立方結晶であるから、その単位細胞の 1 辺を  $a$  として  $e^2/a$  を単位としてあらわしてある。

BORN と MAYER の関数を使うと、 $A, B$  2 種イオン間の反撥ポテンシャル  $R$  は

$$R = M\lambda_{A,B}\bar{b} \exp \{r_A + r_B - r_{A,B}\}/\rho \quad (29)$$

で与えられる。ここで  $M$  は配位数であり、また  $Z$  をイオンの荷電数、 $N$  をイオンの最外殻電子数とすると、 $\lambda_{A,B}$  は

$$\lambda_{A,B} = 1 + Z_A/N_A + Z_B/N_B \quad (30)$$

で与えられる。  $r_A$ ,  $r_B$ ,  $r_{A,B}$  はそれぞれ  $A$ ,  $B$  のイオン半径と  $A$ ,  $B$  イオン間の距離を示す。  $\rho$ ,  $\bar{b}$  はイオンの種類や結晶構造によらない常数で一般に  $\rho=0.345\text{\AA}$ ,  $\bar{b}=10^{-12}\text{ erg}$  を用いる。  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  の各結晶構造について, (29) によつて反撥ポテンシャルをあらわすと,

$$\left. \begin{aligned} R_{ol} &= 4\lambda_{\text{Si},\text{O}}\bar{b} \exp\{(r_{\text{Si}} + r_{\text{O}} - 0.1777\bar{b})/\rho\} + 12\lambda_{\text{Mg},\text{O}}\bar{b} \exp\{(r_{\text{Mg}} + r_{\text{O}} - 0.2044\bar{b})/\rho\} \\ R_{ns} &= 4\lambda_{\text{Si},\text{O}}\bar{b} \exp\{(r_{\text{Si}} + r_{\text{O}} - \sqrt{3}a/8)/\rho\} + 12\lambda_{\text{Mg},\text{O}}\bar{b} \exp\{(r_{\text{Mg}} + r_{\text{O}} - a/4)/\rho\} \\ R_{is} &= 4\lambda_{\text{Mg},\text{O}}\bar{b} \exp\{(r_{\text{Mg}} + r_{\text{O}} - \sqrt{3}a/8)/\rho\} + 6\lambda_{\text{Si},\text{O}}\bar{b} \exp\{(r_{\text{Mg}} + r_{\text{O}} - a/4)/\rho\} \\ &\quad + 6\lambda_{\text{Mg},\text{O}}\bar{b} \exp\{(r_{\text{Mg}} + r_{\text{O}} - a/4)/\rho\} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

である。 suffix  $ol$ ,  $ns$ ,  $is$  はそれぞれオリビン型, 正スピネル型, 逆スピネル型の値をあらわすためのものである。

$$a(\text{スピネル}):b(\text{オリビン}) = 8.345:10.21 \quad (32)$$

によつて,  $a$  を  $b$  に変えておくと, オリビン型とスピネル型の体積が 1 つのパラメーター  $b$  であらわされ, (28) の  $s_A/s_B$  は 1 となるから便利である。 なお (30) の第 2, 3 式で  $\sqrt{3}/8$  を  $\sqrt{3}a(1/8 - \delta)$  に,  $a/4$  を  $a(1/4 - \delta)$  に置きかえることによつて oxygen parameter の影響があらわされる。 (32) の変換を行うと,  $\sqrt{3}a/8=0.1770b$ ,  $a/4=0.2043b$  となるから,

$$\exp(-0.1777\bar{b}/\rho)/\exp(-0.2044\bar{b}/\rho) \cong \exp(-0.1770\bar{b}/\rho)/\exp(-0.2043\bar{b}/\rho) \equiv G \quad (33)$$

とおいてよい。 (28) の  $B_A/B_B$  を  $R_{ol}$ ,  $R_{ns}$ ,  $R_{is}$  の比で近似することにするが, 実際には  $R_{ol}/R_{ns}$ ,  $R_{ol}/R_{is}$  は  $b$  の関数である。 オリビン型は  $p=0$  で  $b=10.21\text{\AA}$  のとき平衡条件を満足しているから,  $R_{ol}/R_{ns}$ ,  $R_{ol}/R_{is}$  として  $b=10.21\text{\AA}$ , すなわち  $G=1.977$  を入れた値を用

Table 5. Signs of  $F_n$  and  $V_{ol}/V_{sp}$  for several values of  $n$  and  $u$ .  
The sufficient condition for a polymorphic transition is  $F_n > 0$  and  $V_{ol}/V_{sp} > 1$ .

$n$	$u=0.375$		$u=3.80$	
	normal spinel	inverse spinel	normal spinel	inverse spinel
3	negative	negative	negative	negative
4	negative	positive < 1	negative	negative
5	negative	positive < 1	negative	negative
6	negative	positive < 1	negative	negative
7	negative	positive < 1	negative	negative

いることにする (33) によつて  $R_{01}/R_{ns}=1$  であり,  $R_{01}/R_{is}$  の方も  $\Delta b \cong 0.005b$  の変化に対して 1% 以下の差を生ずるだけである). また  $\delta$  を含む項を Taylor 展開して一次の項のみをとることで oxygen parameter  $u$  の影響をあらわす. 以上によつて (28) の  $F_n$  の符号を調べたのが Table 5 であり, この表には  $n$  として  $3 \leq n \leq 7$  の場合を示してある. また  $A$  から  $B$  へ高压下で多形転位するための条件は  $F_n > 0$ ,  $V_A/V_B > 1$  であるから, Table 5 において  $F_n > 0$  の場合には  $V_A/V_B$  をも同時に示した.

Table 5 の結果から,  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  がオリビン型からスピネル型へ転位する可能性は否定される.

## § 5. 結 論

苦土橄欖石 (forsterite,  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ ) の物性は B 層の物性をよりよく説明できる.  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  の高温 ( $> 1000^\circ\text{C}$ ) での電気伝導は,  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{O}^{2-}$  空孔の Schottky 型の格子欠陥によると考えられ, その場合の活性化エネルギーは  $3.29\text{eV}$  となる. また活性化エネルギーの圧力による変化  $dE/dp$  は高压では低压の値より小さくなり,  $d^2E/dp^2$  が無視できない. このため  $10,000\text{ bar}$  程度までの実験値の外挿は危険である. B 層の温度勾配は深さ  $100\text{ km}$  以上で  $1^\circ/\text{km}$  以下のものと考えられる. C 層における  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  のオリビン型からスピネル型への多形転位は不可能と考えられ, むしろ酸化物  $\text{MgO}$  と  $\text{SiO}_2$  への分解を考えるべきであろう.

最後に本研究において, 終始御激励御指導下さった飯田淑事教授, 細かい点についてまで御教示下さった島津康男助教授に厚く御礼申し上げる. また計算の一部を御引受け下さった青木治三氏に厚く感謝の意をあらわす.

## 参 考 文 献

- 1) W. L. Bragg: "Atomic structure of minerals". Cornell Univ. Press, Ithaca (1937).
- 2) F. Bertaut: "L'énergie électrostatique de réseaux ioniques". J. Phys. Radium, **12** (1952) 499-505.
- 3) K. E. Bullen: "An introduction to the theory of seismology." Cambridge Univ. Press, (1953).
- 4) S. K. Runcorn and D. C. Tozer: "The electrical conductivity of olivine at high temperature and pressure." Ann. Geophys., **11** (1955), 98-102.
- 5) N. F. Mott and P. W. Gurney: "Electronic processes in ionic crystals." Clarendon Press, Oxford (1948).
- 6) E. J. W. Verwey, F. de Boer and J. H. Santen: "Cation arrangement in spinels." J. Chem. Phys., **16** (1948), 1091-1092.
- 7) 永宮健夫: "固体論 (I)" 共立, 東京 (1951).
- 8) S. Roberts: "Dielectric constants and polarizabilities of ions and simple crystals and barium titanates." Phys. Rev., **76** (1949), 1215-1220.
- 9) M. Born and K. Huang, "Dynamical theory of crystal lattices." Clarendon Press, Oxford (1954).
- 10) H. Hughes: "The pressure effect on the electrical conductivity of peridot." J. Geophys. Res., **60** (1955), 187-191.

- 11) T. Rikitake: "Electrical conductivity and temperature in the Earth." B.E.R.I., **30** (1952), 13-24.
- 12) B. N. Lahiri and A. T. Price: "Electromagnetic conduction in non-uniform conductivity of the earth from terrestrial magnetic variations." Phil. Trans. Roy. Soc., **A 237** (1939), 509-540.
- 13) H. P. Coster: "The electrical conductivity of rocks at high temperature." M. N. R. A. S. Geophys. Suppl., **5** (1948), 193-199.
- 14) T. Rikitake: "A note on the temperature-distribution within the Earth." B. E. R. I., **27** (1949), 17-20.
- 15) T. Rikitake: "Electromagnetic induction within the Earth and its relation to the electrical states of the Earth's interior." B.E.R.I., **28** (1950), 45-100; **29** (1951), 219-262; 263-283.
- 16) B. Gutenberg: "Internal constitution of the Earth." Dover, New York (1951).
- 17) J. D. Bernal: "Hypothesis on 20° discontinuity." Observatory, **59** (1936), 268.
- 18) R. B. Jacobs: "Polymorphic transition in metallic halides." Phys. Rev., **54** (1938), 468-474.
- 19) E. J. W. Verwey, P. W. Haayman and F. C. Romeijn: "Physical properties and spinel structures I. Cation arrangements in spinels." J. Chem. Phys., **15** (1947), 174-180.  
 "—— II. Electrical conductivity." *ibid.*, 181-187.

# 地球のねじり振動

東大地球物理学教室 竹 内 均

(昭和 33 年 3 月 18 日受理)

## On the Torsional Oscillation of the Earth

Hitoshi TAKEUCHI

Geophysical Institute, Faculty of Science, Tokyo University.

(Received March 18, 1958)

A method is given to calculate torsional frequencies of an elastic sphere of variable density and elasticity. By this method, the torsional frequencies are calculated of the earth, the internal constitution of which is inferred from the study of body wave propagations within it. The period of fundamental torsional oscillation of the earth is shown to be 43.4 minutes. The phase velocity of the corresponding surface wave has a maximum value 6.90 km/sec for a wavelength of about 10000 km. The decrease of phase velocity for longer wave lengths may be due to the existence of the earth core at the depth of 2900 km.

### § 1

最近 Ewing や Press<sup>1)</sup> たちによつて Mantle Rayleigh 波が観測されるようになってから、地球の自由振動の問題が新しい目でみられるようになった。すなわち地球の自由振動の波数を大きくしていつた極限のものを波動としてみれば、それが Rayleigh 波や Love 波のような表面波になつているという見方である。この意味で Mantle Rayleigh 波や Love 波の問題は地球力学と地震学を橋かけるものといつてよいだろう。

こういう観点から最初に弾性球の振動の問題を論じたのは Jeans<sup>2)</sup> である。その後の研究の歴史的回顧は省略する。最近松本と佐藤<sup>3)</sup> はマントルと核をもつた地球のねじり振動の問題を論じた。彼等はマントルと核の各々で密度と弾性率が一定とし、核の剛性率をいろいろにかえて、球の自由振動のうち基本振動に近いはじめの 3, 4 のモードに対する周期を求めている。この研究と Ewing や Press の Mantle Love 波の研究との間にはまだ相当な gap がある。その理由の 1 つは、松本—佐藤の研究には現実の地球の内部における密度や弾性率の分布が考慮されていないということである。もう 1 つの理由は、計算がまだはじめの 3, 4 のモードに限定されていて、高次の振動にまで及ばず、したがつてこの文の最初にのべた高次の振動→表面波という目標には遠いからである。

以下の研究では、上にのべた 2 つの欠点のがぞかれるであろう。問題は複雑な構造をもつた球の自由振動の問題である。しかもその基本振動から高次の振動までが論じられるであろう、

この問題は筆者が先に論じた地球潮汐の問題<sup>4)</sup>を dynamical にしたもので、その自然な発展である。また以下の研究をするさいに、筆者の用いた Rayleigh-Ritz-Galerkin の方法は、みられるようにたいへん有効である。この方法を用いて理論的解明をまつているこの種の問題を 1 つ 1 つかたずけていきたいと思つている。

## § 2

地球では密度や弾性率が、中心からの距離だけの函数であると考えられる。こういう構造をもつた弾性球の振動に対する方程式は論文 (4) にえられている。ここではそのうちのねじり振動に対する方程式が問題になる。そのような方程式は、論文 (4) の (102) 式である。すなわち

$$\mu \left\{ \frac{d^2 L_n}{dr^2} + \frac{2}{r}(n+1) \frac{dL_n}{dr} \right\} + \frac{d\mu}{dr} \left\{ \frac{dL_n}{dr} + \frac{(n-1)}{r} L_n \right\} + \rho p^2 L_n = 0 \quad (2.1)$$

である。ここに  $L_n$  は  $r$  だけの函数で、球座標系  $(r, \theta, \phi)$  における変位成分  $(u_r, u_\theta, u_\phi)$  を

$$u_r = 0, \quad u_\theta = -L_n(r) \frac{\partial W_n}{\sin \theta \partial \phi}, \quad u_\phi = L_n(r) \frac{\partial W_n}{\partial \theta},$$

$$W_n = r^n P_n^m(\theta) \frac{\cos m \phi}{\sin m \phi} \quad (2.2)$$

とおいたときにえられる函数である。(2.1) の  $\mu, \rho$  は剛性率及び密度でともに  $r$  の函数と考える。(2.1) の  $p$  は

$$u_r, u_\theta, u_\phi \propto e^{i p t} \quad (2.3)$$

としたときの  $p$ , (2.2) の  $P_n^m(\theta)$  は Legendre の函数である。(2.2) に対応した Stress の  $r = \text{const}$  なる面上における成分  $R_r, \Theta_r, \Phi_r$  は、論文 (4) の (104) 式によつて次のようになる。

$$R_r = 0,$$

$$\Theta_r = -\mu \left\{ \frac{dL_n}{dr} + \frac{(n-1)}{r} L_n \right\} \frac{\partial W_n}{\sin \theta \partial \phi},$$

$$\Phi_r = \mu \left\{ \frac{dL_n}{dr} + \frac{(n-1)}{r} L_n \right\} \quad (2.4)$$

地球のねじり振動を論ずる場合、解くべき方程式は (2.1) である。ただし  $\rho, \mu$  としては縦波、横波の速度分布及び Bullen の密度分布からきまつた値を用いる。境界条件としては、地表面  $r = a$  で Stress = 0 及びとちゆうにある不連続面で Stress 及び変位が連続になることが要請される。前の条件は

$$\frac{dL_n}{dr} + \frac{(n-1)}{r} L_n = 0 \quad \text{at } r = a \quad (2.5)$$

とおくことによつてみたされ、後の条件は問題の面で

$$L_n \text{ 及び } \mu \left\{ \frac{dL_n}{dr} + \frac{(n-1)}{r} L_n \right\} = \text{連続} \quad (2.6)$$

とおくことによつてみたされる。要するに (2.1) を境界条件 (2.5), (2.6) をみたすように解けばよい。これが  $p$  に対する固有値問題となることは明らかであろう。

便宜上

$$r = a\xi, \quad \xi^{n+1} L_n = l_n, \quad \text{略して } l \quad (2.7)$$

とおき、 $r \rightarrow \xi$ ,  $L_n \rightarrow l$  なる変数変換をすると、(2.1), (2.5), (2.6) は次のようになる。

$$\mu \left\{ \ddot{l} - \frac{n(n+1)}{\xi^2} l \right\} + \mu \left( i - \frac{2}{\xi} l \right) + \rho p^2 a^2 l = 0 \quad (2.8)$$

$$i - \frac{2}{\xi} l = 0 \quad \text{at } \xi = 1 \quad (2.9)$$

$$l \text{ 及び } \mu \left( i - \frac{2}{\xi} l \right) = \text{連続} \quad \text{at } \xi = \xi_0, \text{ say.} \quad (2.10)$$

ここに  $\cdot$  は  $\xi$  についての微分を示し、 $\rho, \mu$  は  $\xi$  の函数と考える。

### § 3

じつさいの計算には Bullard の教科書<sup>6)</sup> にでている  $\rho, \mu$  の値を用いた。その値を第 1 表にかかげておく。ただし  $a = 6370 \text{ km}$  としてある。

第 1 表

深 さ ( $a-r$ )	$\xi = \frac{r}{a}$	$\rho$	$\mu$
0 km	1.0	3.3 gr/cm <sup>3</sup>	$0.6 \times 10^{12} \text{ dyne/cm}^2$
200	0.968603	3.47	0.74
400	0.937206	3.63	0.89
700	0.890110	4.33	1.52
1000	0.843014	4.68	1.89
1400	0.780220	4.91	2.15
1800	0.717425	5.13	2.39
2350	0.631083	5.41 <sub>5</sub>	2.73
2900	0.544741	5.68	3.03

第 1 表の結果は Jeffreys-Bullen の走時表をもとにしてえられたものである。Jeffreys のいわゆる 20° 不連続面は深さ 400 km のあたりにある。したがつてこの深さで  $\rho$  や  $\mu$  が不連続になつているかもしれない。しかしこれはまだどうともわからないことなので、当面の計算

では不連続はないとした。しかしこのあたりで  $\rho$  や  $\mu$  の  $r$  (したがって  $\xi$ ) に関する微係数は不連続になつてゐる。また第1表で地表面に対する  $\rho, \mu$  としては、400~200 km に対する値を外挿したものを用いている。すなわち、いわゆる地殻の存在を考慮してない。Mantle Love 波の議論にはその方がよいと思われるので、このようにした。  $a - r \geq 2900$  km なる核内では剛性率  $\mu = 0$  とした。核表面における境界条件は、(2.10) を参照して

$$i - \frac{2}{\xi} l = 0 \quad \text{at} \quad \xi = \frac{6370 - 2900}{6370} = 0.544741 \quad (3.1)$$

となる。かくして問題は、第1表を参照し、境界条件 (2.9), (3.1) をみたして (2.8) をとくことに帰着した。

この問題を解くのに Galerkin の方法を用いる。当面の問題では、Galerkin の方法は Rayleigh-Ritz の方法と同等になる。Galerkin の方法では境界条件をみたすいくつかの函数をえらびだし、その linear combination をもつて原方程式を近似的にみたそうとするものである。境界条件 (2.9), (3.1) をみたす函数としては、たとえば

$$l(m) = \xi^m \left( 1 - \frac{m-2}{m-1} \cdot \frac{984}{347} \xi + \frac{m-2}{m} \cdot \frac{637}{347} \xi^2 \right) \quad (3.2)$$

がある。ここに  $m$  は整数で、じつさいの数値計算では  $m \geq 2$  と考えた方がよい。  $A_m$  を未定の係数とし

$$l = \sum_m A_m l(m) \quad (3.3)$$

をつくる。Galerkin の方法では、方程式 (2.8) のかわりに

$$\int_{0.544741}^1 \left[ \mu \left\{ i - \frac{n(n+1)}{\xi^2} l \right\} + \dot{\mu} \left( i - \frac{2}{\xi} l \right) + \rho p^2 a^2 l \right] l(m) d\xi = 0 \quad (3.4)$$

を用いる。ただし  $\xi = 0.544741$  は核表面に対する値を示し、式中の  $l$  としては (3.3) を用い、また (3.4) のような式を各  $m$  に対してつくる。第1表の値を用い (3.4) の積分を行うと、これは  $A_m$  に対する多元一次の斉次方程式となる。これが有意義な解をもつためには、 $A_m$  の係数でもつてつくつた行列式の値が 0 でなければならない。これから固有値  $p$  の値が決定される。先にものべたように当面の問題では、Galerkin の方法は Rayleigh-Ritz の方法と同等である。そして Rayleigh-Ritz の方法は、固有値の真実値より大きい近似値を与え、近似の度を進めれば近似値は減少しながら真実値に近づいていく。

じつさいの計算には  $m = 2, 6, 20$  に対する  $l(m)$  を用いた。  $m$  としてとびとびの値を用いたのは次のような理由による。じつさい計算してみるとわかるが、たとえば  $m = 3, 4$  に対する  $l(m)$  は、 $\xi$  に対する分布 (つまりモード) として  $m = 2$  とほとんど同等のものを与

える。こういう  $l(m)$  を用いると、計算のちやうど有効数字がどんどん失われて有用な結果がえられない。これを防ぐために、 $m$  としてとびとびの値を用いたのである。

なお  $m$  を固定して  $l(m)$  の  $\xi$  に対する分布を計算するさいにも、下手をすると有効数字が失われる。これを防ぐには、計算をぎりぎりのところまで分数を用いて行えばよい。(3.4) の積分は Simpson の方法を用いて行つた。それにはまず (3.4) にかかげた各  $\xi$  に対する被積分関数を計算し、表中の  $\xi$  の間隔が等しくないことも考慮して Simpson の方法を適用する。

なお (3.4) 中の積分  $\int_{0.544741}^1 \dot{\mu}\left(i - \frac{2}{\xi}l\right) l(m) d\xi$  は、境界条件 (2.9), (3.1) を考慮し

$$\int_{0.544741}^1 \dot{\mu}\left(i - \frac{2}{\xi}l\right) l(m) d\xi = - \int_{0.544741}^1 \mu \frac{d}{d\xi} \left\{ \left(i - \frac{2}{\xi}l\right) l(m) \right\} d\xi \quad (3.5)$$

のようになおしてから計算した。このようにすれば、各  $\xi$  に対する  $\dot{\mu}$  を計算せずすむからである。

このようにしてえられた結果を第 2 表、第 3 表に示してある。第 2 表は第 1 表のような  $\rho$ ,  $\mu$  の分布に対する結果、第 3 表は参考のために  $\rho$ ,  $\mu$  がおのおの一定という場合について計算した結果である。第 3 表の結果は松本一佐藤の計算と比較できる。表中の記号  $\widehat{62}$  などは、 $A_m$  に対する一次方程式を

$$\begin{aligned} \widehat{22} A_2 + \widehat{62} A_6 + \widehat{20} 2 A_{20} &= 0 \\ \widehat{26} A_2 + \widehat{66} A_6 + \widehat{20} 6 A_{20} &= 0 \\ \widehat{2} 20 A_2 + \widehat{6} 20 A_6 + \widehat{20} 20 A_{20} &= 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

のように書き下したときの係数を意味し、またたとえば

$$\widehat{22} = 47.8392 P - 159.9777 N + 319.9554 \quad (3.7)$$

なる結果を、第 2 表の第 1 横らんのようにして示してある。なお

$$N = n(n+1), \quad P = \frac{pa}{V_{s,0}}, \quad V_{s,0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0}} \quad (3.8)$$

とおいてある。 $\rho_0$ ,  $\mu_0$ ,  $V_{s,0}$  は表面すなわち  $\xi = 1$  に対する密度、剛性率、横波の速度を示している。第 3 表の場合には、いたるところで  $\rho = \rho_0$ ,  $\mu = \mu_0$  である。

このようにして係数表ができたので、後は  $n$  にある特別な値をいれ、これに対する固有値  $P$  を求める。このさい  $\widehat{22}$  を 0 とおいて求めた  $P$  の値を第 1 近似、 $\widehat{22}$ ,  $\widehat{26}$ ,  $\widehat{62}$ ,  $\widehat{66}$  を係数とする rank 2 の行列式から求めた  $P$  の値を第 2 近似、表にかかげた 9 つの係数をふくむ rank 3 の行列式から求めた  $P$  の値を第 3 近似として示してある。まず第 3 表を用いてえられる均質なマントルに対する結果は第 4 表のようになる。 $n = 1$  に対する  $P$  は  $P = 0$  となる、第 4 表

第 2 表

	$P$	$N$	1
$\overline{22}$	47.8392	-159.9777	319.9554
$\overline{62}$	-1.013227	1.703042	-3.406082
$\overline{20\ 2}$	-0.5048223	0.8250114	-1.650023
$\overline{26}$	-1.013227	1.703042	-3.406082
$\overline{66}$	0.0377500	-0.0693672	-2.188851
$\overline{20\ 6}$	0.019604738	-0.02950595	-1.317838
$\overline{2\ 20}$	-0.5048223	0.8250114	-1.650023
$\overline{6\ 20}$	0.019604738	-0.02950595	-1.317838
$\overline{20\ 20}$	0.011661966	-0.01590237	-1.621529

第 3 表

	$P$	$N$	1
$\overline{22}$	36.3870	-53.4030	106.8061
$\overline{62}$	-0.874861	0.982992	-1.965984
$\overline{20\ 2}$	-0.452904	0.5080651	-1.016130
$\overline{26}$	-0.874861	0.982992	-1.965984
$\overline{66}$	0.0330281	-0.0382040	-0.755642
$\overline{20\ 6}$	0.01792547	-0.01974089	-0.6230995
$\overline{2\ 20}$	-0.452904	0.5080651	-1.016130
$\overline{6\ 20}$	0.01792547	-0.01974089	-0.6231000
$\overline{20\ 20}$	0.010914097	-0.01177460	-0.974379

第 4 表

$n$	$P = \frac{pa}{V_{s.0}} = \frac{2\pi a}{T V_{s.0}}$			
	第 1 近似	第 2 近似	第 3 近似	松本—佐藤
2	2.423	2.413		2.415
3	3.831	3.795		3.79
4	6.933	5.055		4.99
$\infty$	1.212 $n$	1.075 $n$	1.032 $n$	(1.0 $n$ )

$V_{s.0}$  すなわち表面における横波の速度になることに対応している。現在の結果の第 3 近似では、 $n \rightarrow \infty$  に対して  $P = 1.032 n$  となり、3% の誤差をもつてこの要請をみたしている。これを要するに、現在の方法による第 3 近似は、基本振動からありうる最も高次の倍振動までの振動数  $P$ 、あるいは周期  $T$  を、3% 以内の誤差をもつて与えることになる。なお第 2 近似では、表にかかげた  $P$  の他にもう 1 つの  $P$  の値がえられる。それらは  $n = 2, 3, 4$  に対してそれぞれ  $P = 8.758, 9.372, 10.23$  となる。これも松本—佐藤による結果  $P = 8.18, 8.9, 9.9$  によく対応している。

#### § 4

現在しられている地球の構造を考慮した第 2 表に対しては第 5 表のような結果がえられる。

$n \leq 8$  に対しては、 $P$  の第 2 近似と第 3 近似は 1% 以内で致した結果を与えている。

$n = 16$  となるとこれが 5% くらいになる。§ 3 のおわりにのべたような理由から、 $n \rightarrow \infty$  に対する第 3 近似が 13% の誤差をもつことがわかる。このように第 5 表

の最も右のらんに松本—佐藤の結果が示してある。明らかなように、 $n$  の小さい値に対して、現在の結果は松本—佐藤の厳密な解による結果と一致している。また  $n \rightarrow \infty$  に対して  $P = 1.0 n$  となることが期待される。後にのべるように、これは波長のごく短い表面波 (Love 波) の位相速度が、

第 5 表

$n$	$P = \frac{pa}{V_{s.0}} = \frac{2\pi a}{T V_{s.0}}$		
	第 1 近似	第 2 近似	第 3 近似
2	3.658	3.601	3.601
4	7.758	7.287	7.285
8	15.30	12.97	12.92
16	30.05	23.34	22.29
$\infty$	1.829 $n$	1.353 $n$	1.127 $n$

の結果は、第4表のそれに比してすこし精度がおちる。しかしこれは第4近似、第5近似、..と近似の度をすすめれば救われることである。

現在この計算をなしつつある。また波長の短い  $n \rightarrow \infty$  の側から問題を攻撃するのも1つの手である。これもまた現在計算中である。なにしろ問題がむつかしいのだから、多少のまわり道はやむをえない。じつさいここにのべた以外の方法で、 $n \leq 8$  に対するような精度をうることは殆んど不可能であろう。

(3.8) 及び第1表を用いれば

$$V_{s,0} = 4.26 \text{ km/sec} \quad (4.1)$$

となる。これと第5表の結果を用いると、各  $n$  に対する振動の周期  $T$  が計算される。計算の結果を第6表に示してある。地球のねじり型の基本振

動の周期が 43.4 分であることがわかる。 $n$  を大にする

と、周期  $T$  が単調に減少する。Legendre の函数  $P_n^m$  の

漸近展開から、 $n$  が大なるときの振動の波数が  $\left(n + \frac{1}{2}\right)$

になることがわかる。すなわち振動の波長  $L$  は

$$L = \frac{2\pi a}{n + \frac{1}{2}} \quad (4.2)$$

となる。 $\frac{L}{T} = C$  は波長  $L$  の波に対する位相速度と考えられる。(3.8) から

$$\frac{P}{2n+1} = \frac{2\pi a}{(2n+1)TV_{s,0}} = \frac{L}{TV_{s,0}} = \frac{C}{V_{s,0}} \quad (4.3)$$

となるが、この  $\frac{C}{V_{s,0}}$  あるいは  $C$  を各  $n$  に対して計算した結果が同じく第6表に示してあ

る。すなわち波長約  $10^4 \text{ km}$  の波（あるいは振動）に対して位相速度  $C$  が極大となつてい

る。この結果は次のように解釈される。

たとえば半無限弾性体の上に表層のあるふつうの Love 波の問題で、波長の短いときの位相速度は表層の横波の速度に等しくなり、波長が長いときのそれは下層の横波の速度に等しくなる。また波長が長い波ほど、それに対応した変位分布もより深いところまで小さくならないはずである。この2つを考え合せると、ある波長の Love 波の位相速度は、それに対応した変位が0にならないある効果的な深さまでの横波の速度の平均を与えられと考える。地球の mantle の部分では横波の速度は深さとともにまし核との境の面で  $7.3 \text{ km/sec}$  に達している。そして核にいたつて、これが減少して0になる。第6表の結果を  $n$  の大きい方からたど

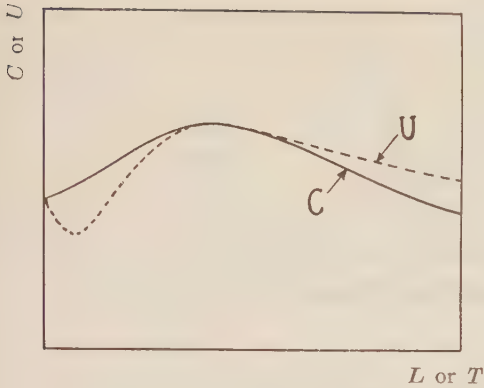


Fig. 1. Schematic representation of phase or group velocity versus wave length or period.

つていつたときの位相速度  $C$  のかわりが、ある意味で上にのべた地球内部における横波速度の深さに対する分布に対応していることがわかる。 $C$  が核の存在を反映したす限界の波長は、上にのべたように約  $10^4$  km である。これは核表面までの深さ 2900 km の 3~4 倍になっている。これも合理的な寸法比である。

第 6 表の結果を  $T$  あるいは  $L$  を横軸に、 $C$  を縦軸にして書けば、第 1 図の実線のような結果がえられる。これをもとにし

$$U = C - L \frac{dC}{dL} \quad (4.4)$$

によつて定義される群速度  $U$  の図を書けば、第 1 図の点線のような結果がえられるだろう。mantle Rayleigh 波の  $U-T$  曲線<sup>1)</sup> が、第 1 図に似た形になっているのはすこぶる興味深い。

#### 参 考 文 献

- 1) W. M. Ewing, F. Press, W. S. Jardetzky: Elastic waves in layered media, Mc. Graw-Hill, New York, 1957.
- 2) J. H. Jeans: Proc. Roy. Soc. London, **102** (1923), 554.
- 3) T. Matumoto, Y. Sato: Bull. Earthq. Res. Inst., **32** (1954), 247.
- 4) H. Takeuchi: Trans. Amer. Geophys. Union, **31** (1950), 651.

# 分散曲線による地殻構造の決定について (I)

東京大学理学部地球物理学教室 佐藤 良 輔

(昭和 33 年 4 月 30 日受理)

## On the Determination of Crustal Structure by the Dispersion Curves of Surface Waves (I)

Ryôsuke SATÔ

Geophysical Institute, Faculty of Science, Tokyo University

(Received April 30, 1958)

Determination of crustal structures in various regions from observations of the dispersion of Love and Rayleigh-waves has been attempted by many authors. But the methods of analysis of observed data do not seem to be always adequate for the purpose.

Some authors defined the group-velocity by  $U_n = \Delta/t_n$  ( $\Delta$ : epicentral distance,  $t_n$ : travel time of a certain trough or crest of waves) and the corresponding period by  $T_n = 2(t_{n+1} - t_n)$ , and they compared  $U_n \sim T_n$  curves with theoretical group-velocity curves constructed under various assumptions of crustal structures. Some other authors defined the wave-length by  $L_n = U_n T_n$  and obtained the phase-velocity  $c_n$  from the familiar equation  $U_n = c_n - L_n(dc_n/dL_n)$ . They constructed  $c_n \sim L_n$  curves.

The present writer investigated the adequacy of these procedures for determining crustal structures.

### § 1 序 論

1924 年 Gutenberg<sup>1)</sup> が表面波の分散の観測から、それに通つてきた領域の地下構造を推定する最初の試みをして以来、非常に数多くの学者が研究し、現在ではこの構造を決めるということが表面波観測の主流をなしている観さえある。併し一方においては、それが余りに一般化され、慣習的な方法がどの程度まで妥当であるかの検討なしに地下構造を決めている嫌いがないとはいえない。

今震央距離  $\Delta$  において、表面波と見做される部分の記録が Fig. 1 のように与えられているとする。  $n$  番目の山 (或いは谷) の到着時を  $t_n$ , 発震時を  $t_0$  とすると、縦軸には group velocity として  $U = \Delta/(t_n - t_0)$ , 横軸にはこれに対応する周期として  $T = 2(t_{n+1} - t_n)$ , 或いは波長  $L = UT = 2U(t_{n+1} - t_n) = 2\Delta(t_{n+1} - t_n)/(t_n - t_0)$  [理論的には  $L = cT$  ( $c$ : phase velocity) とすべきであるが、一般に 1 点観測から phase velocity は求められない] をプロット、或いは、

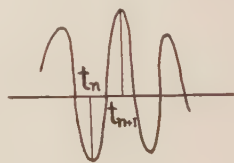


Fig. 1

$$U = c - L(dc/dL) \quad (1)$$

なる式によつて  $c$  を求め、 $c$  対  $L$  の曲線を書いて分散曲線と比較して地殻構造を論じているのが普通のものである<sup>2)</sup>。

併し乍ら理論的にだした分散曲線というのは、或る波長あるいは或る周期を持つた無限に長い sinusoidal wave が、どのような phase velocity 或いは group velocity で伝わるかを示したに過ぎないものであつて、この理論曲線と、上記のような慣例的な方法で得た曲線を、如何なる考慮もなしに比較して地下構造を決めることは、観測技術の未熟であつたときならまだしも、格段の進歩をなしている現在では当然検討を要することである。

## § 2 一般論

簡単のために問題を一次元に限るが、振巾のことにはふれず周期について論ずる限り二次元の問題でも同じである。先ず振源で pulse 或いは有限時間の振動等の波が与えられたとすると、これは Fourier の定理によると 0 から  $\infty$  までの全ての周期をもち、夫々の周期に対する振巾のものから成つていてと考えられるわけである。従つてこれらの各成分が夫々の周期に応じた速度で伝わり、 $x=D$  における記象を形づくることになる。換言すれば、各波はその周期に応じた或る位相のずれをもつて到着するわけである。このことを式で表現すると、今  $x=0$  において

$$u = f(t) \quad (2)$$

なる波形が与えられれば、Fourier の積分定理により、 $x=D$  においては、

$$u = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f^*(\omega) e^{i\omega\left(t - \frac{D}{c}\right)} d\omega, \quad (3)$$

$$f^*(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) e^{-i\omega\sigma} d\sigma \quad (4)$$

なる波形になる。従つて分散のない場合 ( $c=\text{const.}$ ) は、 $u=f\left(t-\frac{D}{c}\right)$  となり、 $x=0$  における波形がその伝速度  $c$  で伝わる。ところが分散のある場合は、 $f^*(\omega)/\sqrt{2\pi}$  の振巾をもち  $-\infty$  から  $\infty$  までの circular frequency  $\omega$  である波が、夫々の  $\omega$  に対応した速度で伝わり、その

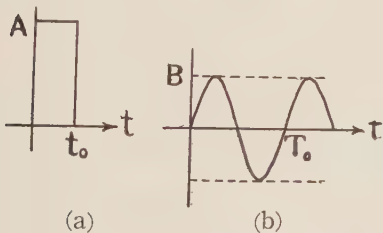


Fig. 2 Given wave forms at  $x=0$ . ようになるかを求めてみる。

$x=0$  における波形として次の 2 つを考える (Fig. 2)。

合計が  $x=D$  における波形をあらわすことになる。従つて  $x=0$  における記象は、周期、振巾共に  $x=0$  における波形や震央距離  $D$  等に当然影響されるわけである。このことを少し詳しく調べるため、先ず  $x=0$  における波形を与えたとき、 $x=D$  において実際にどの

$$a) \quad f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0. \\ A, & t_0 \leq t \leq 0. \\ 0, & t > t_0. \end{cases} \quad (5)$$

$$b) \quad f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0. \\ B \sin \omega_0 t, & m\pi/\omega_0 = mT_0/2 \leq t \leq 0. \\ 0, & t > m\pi/\omega_0. \end{cases} \quad (m=1, 2, 3, \dots) \quad (6)$$

この場合の  $f^*(\omega)$  は (4) から何れの場合も,

$$f^*(\omega) = \frac{D}{\sqrt{2\pi}} F(\omega) [1 - (-)^m e^{-i\gamma\omega}], \quad (7)$$

と書くことができる。即ち,

$$\left. \begin{aligned} a) \text{ では, } D=A/i, \quad F(\omega)=1/\omega, \quad m=0, \quad \gamma=t_0, \\ b) \text{ では, } D=-B\omega_0, \quad F(\omega)=1/(\omega^2-\omega_0^2), \quad \gamma=m\pi/\omega_0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

とすれば良い。従つて  $x=A$  における波形は,

$$u = \frac{D}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) [1 - (-)^m e^{-i\gamma\omega}] e^{i\omega(t - \frac{A}{c})} d\omega \quad (9)$$

で与えられることになる。このような積分は一般には鞍部点法のようなやり方で近似的に評価するより仕方がないわけである。今この方法で求めてみると、 $x=A$  における波形は、 $A, t$  の充分大きいとき、近似的に、

$$u \approx \frac{D}{\sqrt{2\pi}} \left[ \frac{F(\omega_n)}{\sqrt{\mp t \left( \frac{1}{U} \frac{dU}{d\omega} \right)_{\omega_n}}} e^{i\omega_n \left\{ t - \frac{A}{c(\omega_n)} \right\} \mp i \frac{\pi}{4}} - \frac{(-)^m F(\omega_n')}{\sqrt{\mp (t-\gamma) \left( \frac{1}{U} \frac{dU}{d\omega} \right)_{\omega_n'}}} e^{i\omega_n' \left\{ t - \gamma - \frac{A}{c(\omega_n')} \right\} \mp i \frac{\pi}{4}} \right], \quad (10)$$

$$[dU/d\omega]_{\omega_n, \omega_n'} \begin{matrix} \approx 0 \\ \leq 0 \end{matrix}$$

で与えられる。但し  $\omega_n$  は  $U(\omega_n)=A/t$ ,  $\omega_n'$  は  $U(\omega_n')=A/(t-\gamma)$  を満足するものである (尚今の場合  $F(\omega)$  は極をもっているが、ここでは考えないでおく)。従つて  $t$  が  $x=0$  における波の振動時間  $\gamma$  より充分大きいものとするとき、

$$u \approx \frac{D}{\sqrt{2\pi}} \left[ \frac{F(\omega_n)}{\sqrt{\mp t \left( \frac{1}{U} \frac{dU}{d\omega} \right)_{\omega_n}}} - \frac{(-)^m F(\omega_n')}{\sqrt{\mp (t-\gamma) \left( \frac{1}{U} \frac{dU}{d\omega} \right)_{\omega_n'}}} \right] e^{i\omega_n \left\{ t - \frac{A}{c(\omega_n)} \right\} \mp i \frac{\pi}{4}} \quad (11)$$

となり、結局  $x=A$  で観測される波形の振動部分は、

$$\begin{cases} \cos \left[ \omega_n \left\{ t - \frac{A}{c(\omega_n)} \right\} \mp \frac{\pi}{4} \right], \\ \sin \left[ \omega_n \left\{ t - \frac{A}{c(\omega_n)} \right\} \mp \frac{\pi}{4} \right], \end{cases} \quad \left[ \frac{dU}{d\omega} \right]_{\omega_n} \leq 0 \quad (12)$$

の形で与えられることになる。

さて、 $\omega_n$  というのは一般に  $t$  と  $\Delta$  の函数、或いは  $U$  と  $\Delta$  の函数である。今  $x=\Delta$  の地点において、 $t=t_s, t_{s+1}$  で隣り合つた山谷を形成するとしたとき、夫々の時刻に対応する  $\omega$  を  $\omega_s, \omega_{s+1}$  とし、また我々の測定する周期を  $T_s$  とすると、

$$\omega_{s+1} \left\{ t_{s+1} - \frac{\Delta}{c(\omega_{s+1})} \right\} - \omega_s \left\{ t_s - \frac{\Delta}{c(\omega_s)} \right\} = \omega_{s+1} \left\{ t_{s+1} - \frac{\Delta}{c(\omega_{s+1})} \right\} - \omega_s \left\{ t_{s+1} - \frac{\Delta}{c(\omega_s)} - \frac{T_s}{2} \right\} = \pi \quad (13)$$

となり、ここで  $\omega_{s+1} \approx \omega_s$  ならば  $T_s \approx 2\pi/\omega_s$ 、即ち観測した周期は正に  $U(\omega_s) = \Delta/t_s$  に対応するものとなる。これは  $U(\omega_{s+1}), U(\omega_s)$  に対応する周期の差が小さいということであり、換言すれば、周期に対する group velocity の変化がその近くで緩やかであるということである。

地震波では、 $T$  は数秒から数十秒、 $\Delta$  は数百から数千 km、また group velocity は数 km/sec 程度であるのが普通であるから、

$$T/\Delta = (t_{s+1} - t_s)/2\Delta = [(1/U_{s+1}) - (1/U_s)]/2$$

なる式から  $U_s - U_{s+1}$  の値を評価すると、高々数分の一 km/sec となり、これに対応する  $T_{s+1}$  と  $T_s$  の差も非常に小さいものであるから、その他の原因による観測誤差を考えれば殆んど問題とする必要がないと考えられる。

即ち、 $U$  対  $T$  の曲線は、internal friction 等による周期ののびを考慮にいれない限り、震源における振動の継続時間に較べて  $t$  が充分大きく、また震央距離  $\Delta$  も充分大で、隣り合つた山谷から出した group velocity に対する周期の差が、その附近の周期に較べて余り大きくなければ（ということは、前後の周期の変動が著しいような記象から出すのは危険であるということである）、観測から出したものと理論から出したものをその仮比較しても誤りがないといふことができるわけである。

一方波長は  $L=cT$  であるが、若しそれを  $L^*=UT$  で代用してしまうと、 $L^*=L(U/c)$  であるから、 $U$  対  $L^*$  の曲線と  $U$  対  $L$  の曲線は明らかに違つたものとなり、勾配なども勿論比較し得ないことになる。理論で出した曲線と比較し得るように出すためには、3点観測等の方法で  $c$  を求め、 $L=cT$  として分散曲線を画かねばならない。

結局1点観測で求めた分散曲線と比較し得るのは、 $U$  対  $T$  の曲線だけということになるが、理論の方で逆に、

$$U = c^* - (UT) \frac{dc^*}{d(UT)}, \quad \text{即ち} \quad c^* = UT \int U d\left(\frac{1}{UT}\right) \quad (14)$$

から  $c^*$  を求めることができるから（勿論この  $c^*$  は一般に真の phase velocity  $c$  とは異なる

る), 観測と比較し得る  $c^*$ ,  $U$  対  $UT$  或いは  $c^*$ ,  $U$  対  $T$  の曲線を書いておけば良いわけである。尚

$$U = d\left(c \frac{1}{cT}\right) d\left(\frac{1}{cT}\right) = d\left(c^* \frac{c}{U} \frac{1}{cT}\right) d\left(\frac{c}{U} \frac{1}{cT}\right)$$

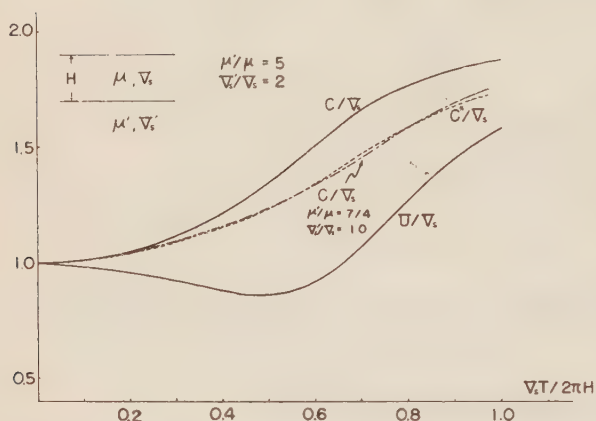


Fig. 3. The Curves of  $c/V_s$  and  $U/V_s$  are calculated by the formula  $U = c - (cT)dc/d(cT)$  where  $c$  and  $U$  are phase- and group-velocities of Love-wave and the curve of  $c^*/V_s$  is calculated numerically by the formula  $U = c^* - (UT)dc^*/d(UT)$  in terms of  $U$  which is given by the above equation. The chain line curve shows the dispersion curve of  $c/V_s$  in the case of  $\mu'/\mu = 7/4$  and  $V_s'/V_s = 10$ . The agreement of this curve with  $c^*/V_s$  implies that the determination of crustal structure by the curve  $c^*/V_s$  alone might often be misleading.

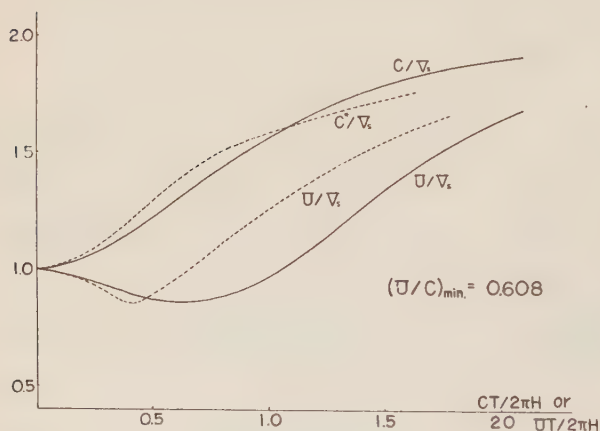


Fig. 4. Comparison of  $c/V_s$ ,  $U/V_s$  (full line curves) with  $c^*/V_s$ ,  $U^*/V_s$  (dotted line curves) where abscissae are  $cT/2\pi H$  for full line curves and  $UT/2\pi H$  for dotted line curves.

であるから, 若し  $c/U = \text{const.}$  であれば  $c = c^*$  となる。

### § 3 計算例

具体的な計算例として, 分散する地震波の最も簡単な例, 即ち 1 層構造における Love 波の例を示そう。

前にも述べたように, 充分大きい  $t$  及び  $\Delta$  では,  $U$  対  $T$  の曲線は観測結果をその仮理論の曲線と比較して地下構造を論じても妥当といつて良い。それならば

$$U = c^* - (UT)dc^*/d(UT)$$

の式から数値計算によつて算出した  $c^*$  対  $T$  の曲線 (これは 1 点観測から得られるものである) と,  $U = c - (cT)dc/d(cT)$  で定義される  $c$  対  $T$  の曲線とはどの程度に違うか, これを示した例が Fig. 3 である。但し上層の剛性率  $\mu$  と下層の剛性率  $\mu'$  との比は,  $\mu'/\mu = 5$ , また S 波の速度比は  $V_s'/V_s = 2$  としてある。若し厚さが同じとして  $c^*$  の曲線に合う  $c$  の曲線を求めてみると (Fig. 3 の鎖線),  $\mu'/\mu = 7/4$ ,  $V_s'/V_s = 10$  となり著しく違つた構造を与えるようになってしまう。

また同じ数値で  $cT$  をもつて波長

としたときの  $c$  及び  $U$  対  $cT$  の曲線と,  $UT$  をもつて波長としたときの  $c^*$  及び  $U$  対  $UT$  の曲線がどの程度違うかを示したのが Fig. 4 である. この 1 例だけでも,  $c^*$  対  $UT$  の曲線をその仮で  $c$  対  $cT$  の曲線と比較して地殻の構造を決定することが如何に危険であるか察知されよう.

一般に横軸に  $V_s T/H$  をとると,  $c^*/V_s$  の曲線は  $c/V_s$  の曲線より常に下にくることが容易

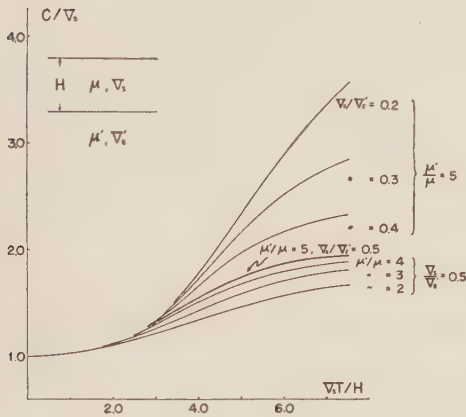


Fig. 5. Dispersion curves of Love-wave (phase velocity) for various values of rigidity- or velocity-ratios.

に証明される. Fig. 5 は  $V_s/V_s' = 0.5$  で  $\mu'/\mu = 2, 3, 4$  のとき, 及び  $\mu'/\mu = 5$  で  $V_s/V_s' = 0.2, 0.3, 0.4$  のときの  $c/V_s$  対  $V_s T/H$  の曲線であるが, これからも判るように, 一般に  $\mu'/\mu = \text{const.}$  とすると  $V_s/V_s'$  の大きい程, また  $V_s/V_s' = \text{const.}$  とすると  $\mu'/\mu$  の小さい程曲線は下にくる. 従つて  $c^*/V_s$  と  $c/V_s$  の比較だけで構造を決めようとする, 勿論勾配も関係はするが, 大体において実際のものより

$\mu'/\mu$  或いは  $V_s/V_s'$  を小さく評価してしまうか, 或いはまた厚さを薄く評価してしまうことになる. 勿論単一層で充分説明し得るような構造を,  $c^*$  をとつたためにどうしても 2 重層でなくては分散曲線にのらないというような場合もあり得るわけである.

秋間氏<sup>3)</sup>は, 1950 年 8 月 15 日のアッサム大地震の際の Love 波を観測し, 得られた group velocity から (1) 式に基いて phase velocity  $c$  を求め (これは此処で述べた  $c^*$  に相当するものである), その  $c$  対  $UT$  の曲線に合う構造として, 剛性率比 1.9, 上層及び下層の  $S$

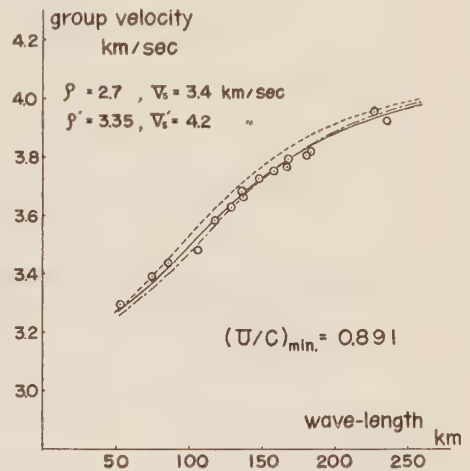


Fig. 6. T. Akima determined the crustal structure from observations of Love-waves, and compared the observed values (abscissa= $UT$ ) with the theoretical curve (abscissa= $cT$ ).

- : Akima's observed values (abscissa= $UT$ ).
- : Group velocity curves of Love-wave (crustal thickness  $H=27$  km) calculated by Akima (abscissa= $cT$ ).
- : Group velocity curve for the same structure (abscissa= $UT$ ).
- : Group velocity curve (crustal thickness  $H=29$  km, elastic constants same as above) (abscissa= $UT$ ).

波の速度は夫々 3.4 km/sec, 4.2 km/sec, また厚さ 27 km という結果を出しているが, これは横軸に  $cT$  をとつて画いた  $c$  の曲線と比較して求めた値で, 前述のように,  $c$  対  $cT$  の曲線と  $c^*$  対  $UT$  の曲線を比較するのは妥当でない. 今あらためて横軸に  $UT$  をとり, 秋間氏の得た値を与えて  $U$  の曲線の上に重ねて書くと, Fig. 6 の点線のようになり明らかに合っていない (秋間氏の原図は上記論文の Fig. 13), そこで速度及び剛性率比は同じものであるとして厚さだけ 29 km とし  $U$  対  $UT$  の曲線を描くと同図の実線のようになり, 寧ろこの方が良く合っている. 勿論厚さで 2~3 km の差というのは, 層が必ずしも水平層でないことや, その他の観測誤差などを考えると問題にならないような値であろうが, これは上下層の剛性率や速度の差が小さいため, 換言すれば  $U$  と  $c$  の比が周期に対して余り変らぬため (最も小さいときで  $U/c \approx 0.891$  である) 余り差が生じなかつたもので, そうでない場合は, Fig. 4 で示したようにかなりの危険の伴なうことが予想される.

#### § 4 震源に於ける波形及び震央距離の影響

さて,  $U$  対  $T$  の曲線は大体において理論曲線とその仮比較して良いことは既に述べた通りであるが, 実際は震源の形や震央距離に当然影響されるわけで, これがどの程度であるかも考えなければならない問題である. これを更に具体的な例について調べてみる.

先ず phase velocity は,

$$c = Va^2/(\omega^2 + a^2), \quad (a = \text{const.}) \quad (15)$$

で与えられるものとする. このとき group velocity は,

$$U = Va^2/(3\omega^2 + a^2), \quad (16)$$

となる.  $x=A$  における波形は (3) から,

$$u = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f^*(\omega) e^{-i \frac{\Delta}{Va^2} \omega^3 + i\omega \left(t - \frac{\Delta}{V}\right)} d\omega, \quad (17)$$

で与えられる.

1) 最初に  $f(t) = \delta(t)$  [ $\delta(t)$  は Dirac delta function] のときを考える. このときは  $f^*(\omega) = 1/\sqrt{2\pi}$  であるから,

$$u = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i \frac{\Delta}{Va^2} \omega^3 + i\omega \left(t - \frac{\Delta}{V}\right)} d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \left\{ \frac{\Delta}{Va^2} \omega^3 + \omega \left(t - \frac{\Delta}{V}\right) \right\} d\omega, \quad (18)$$

となり, 結局

$$u = \frac{1}{2} \left[ \frac{4a^2 V}{27\Delta} \right]^{\frac{1}{3}} q^{\frac{1}{3}} \left[ J_{\frac{1}{3}}(q) + J_{-\frac{1}{3}}(q) \right], \quad \left. \begin{aligned} q &= \sqrt[3]{\frac{4a^2 V}{27\Delta} \left(t - \frac{\Delta}{V}\right)^3} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$t = \Delta/V \text{ のとき, } u = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} 2^{\frac{1}{3}} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) \frac{1}{2} \left[ \frac{4a^2 V}{27\Delta} \right]^{\frac{1}{3}} = 0.9305 \cdot \frac{1}{2} \left[ \frac{4a^2 V}{27\Delta} \right]^{\frac{1}{3}}, \quad (20)$$

$$t < \Delta/V \text{ のとき, } u = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \left[ \frac{4a^2 V}{27\Delta} \right]^{\frac{1}{3}} \cdot q'^{\frac{1}{3}} K_{\frac{1}{3}}(q'), \quad q' = \sqrt{\frac{4a^2 V}{27\Delta} \left( \frac{\Delta}{V} - t \right)}, \quad (21)$$

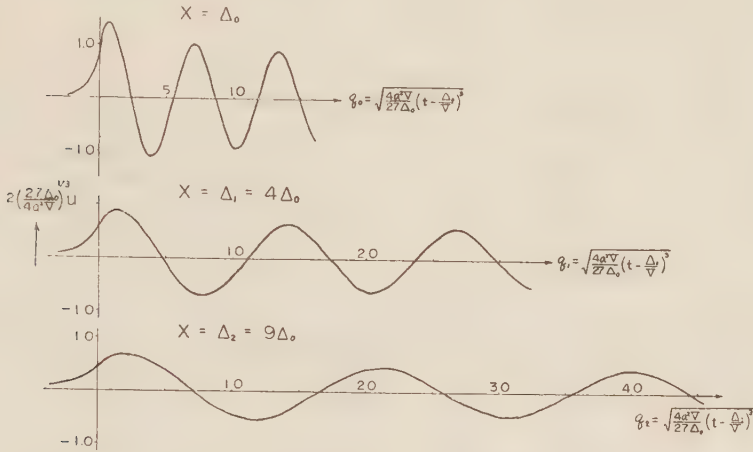


Fig. 7. Dispersive wave form when an initial pulse  $\delta(t)$  is given at  $x=0$ .  $c = Va^2/(\omega^2 + a^2)$ .

が得られる。Fig. 7 は  $x = \Delta_0, 4\Delta_0, 9\Delta_0$  における波形を示したものである。  $x = \Delta$  では  $t = \Delta/V$  附近から振動部分があはわれはじめるが、この時刻から同じ位経過したところを比較すると、震央距離の大きい程、また同じ震央距離では  $a$  の小さい程（このことは、分散曲線の勾配が急になることを意味する）、振巾は小さくなり、見掛け上の周期が長くなっている。このことは次のように解釈される。即ち、或る周期の波はそれに対応した速度で距離  $\Delta$  を伝わるわけであるが、 $\Delta$  が大きくなると隣り合った周期のものの到着する時間差が大きくなるため振巾は小さくなり、見掛け上の周期は長くなるのであろう。また周期に対する group velocity の曲線を描くと、今の場合は  $a$  の小さい程同じ group velocity に対する周期は長くなるのであるから、同じ  $\Delta$ 、同じ時刻では、 $a$  の小さい程周期の長いものがあらわれることは当然考えられることである。普通の分散性地震波、例えば 1 層構造の Love 波の場合でも、層の厚い程同じ group velocity に対する周期は長くなり同じことがいわれる。

さて、今の場合は  $\omega = 2\pi/T$  とすると group velocity  $U$  は、

$$\frac{U}{V} = \frac{(aT)^2}{12\pi^2 + (aT)^2} \quad (22)$$

で与えられるわけであるが、実際に観測で行なうように、或る  $\Delta$  の記象で山と次の谷の時間差を半周期として求めるとどうなるであろうか、先ず Fig. 8 は  $t = \Delta/V$  のすぐあとの山谷 5

つをとつて  $(aT)$  対  $U/V$  の曲線を描いたもので、 $\varepsilon = a\Delta/V$ 、また点線は (22) を直接計算して出した理論曲線である。勿論この図で各曲線の一番右の点が最初の山と次の谷から出したものであり、後の山をとる程理論曲線に近くなっていることが判る。次に  $q$  が大きいとき、即ち波の後の方では、 $u$  の振動部分は  $\cos(q - \pi/4)$  の形になるが、このとき山谷の位置をあらわす式  $q_n = (n + 1/4)\pi$  において  $n = 210 \sim 1$  までの山谷の間の時間差から周期と  $U/V$  の関係を出して (22) と比較したのが Fig. 9 である。今  $q_n$  に対応する時刻及び周期を夫々  $t_n$  及び  $T_n$ 、また  $\Delta/t_n = U_n$  とすると、 $n$  の大きいとき、

$$\frac{U_n}{V} \approx \frac{(aT_n)^2}{12\pi^2 + (aT_n)^2} \left[ 1 + \frac{1}{n} \frac{4\pi^2}{12\pi^2 + (aT_n)^2} \right] \quad (23)$$

となり、 $n$  の大きい程（振動の後の部分をとる程）理論曲線に近づくわけである。尚 Fig. 9 で  $\varepsilon$  の大きい程（震央距離の大きい程）理論曲線から離れていくように見えるが、同じ  $n$  については  $\varepsilon$  の大きい程  $aT_n$  が大きくなるのであるから、 $U_n/V$  と  $U/V$  の差を考えると、或る  $\varepsilon$  までは  $\varepsilon$  の大きくなる程理論曲線との差は大きくなるが、その値以上になると  $\varepsilon$  の大きい程その差は小さくなるのである。併しその差の最も大きい場合でも  $1/12n$  の程度でしかない。

普通の分散性地震波では、group velocity が極小値をもっているの、その周期の波の来る時刻の近傍（即ち表面波の尾部）、或いは短周期と長周期の波が同じに来るような部分（例えば 1 層構造の Love 波では group velocity が上層の S 波の速度より小さい所）では当然上

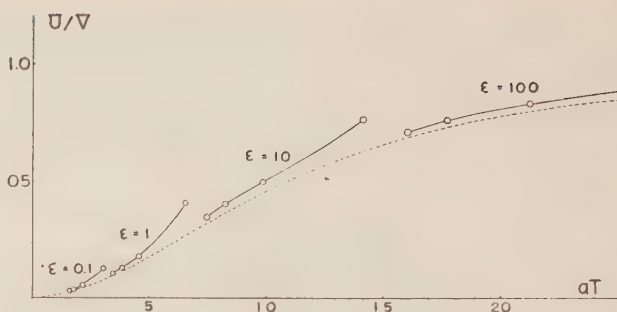


Fig. 8. —: “Observed” dispersion curves for the wave form in Fig. 7.  
-----: Theoretical dispersion curve calculated by (22).  $\varepsilon = a\Delta/V$ .

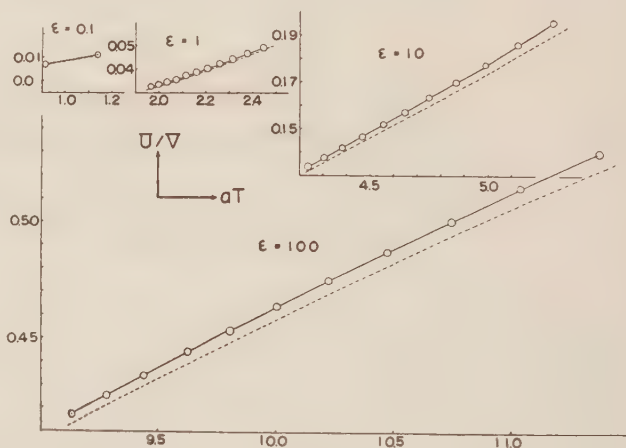


Fig. 9. If  $q$  is very large, the vibrational term in (19) is represented by  $\cos(q - \pi/4)$  approximately. Troughs and crests are given by  $q_n = (n + 1/4)\pi$ .  
—: Dispersion curves calculated by the equation  $q_n = (n + 1/4)\pi$  ( $n = 10 \sim 21$ ).  
-----: Dispersion curve calculated by (22).  $\varepsilon = a\Delta/V$ .

のようなことがいえなくなるであろうが、その部分を除いては、即ちそれより前の部分では大體において同じことがいえるのではないかと思う。實際また綺麗な分散波形の観測されるのはその部分である。このことについては次の論文で述べるつもりである。

2) 次に震源の振動に時間的な巾がある場合を考える。即ち (5) で与えたように、

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0. \\ A, & t_0 \geq t \geq 0. \\ 0, & t > t_0. \end{cases} \quad (5)'$$

とすると、(3) から

$$u = \frac{A}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\omega} e^{-i\omega t} \frac{\Delta}{V\omega^2} \omega^3 + i\omega \left(t - \frac{\Delta}{V}\right) [1 - e^{-i\omega t_0}] d\omega. \quad (24)$$

この解は、 $t \geq t_0 + \Delta/V$  のときは、

$$\left. \begin{aligned} u &\approx \sqrt{\frac{3}{8\pi}} At_0 \left[ \frac{4a^2 V}{27\Delta} \right]^{\frac{1}{3}} q^{-\frac{7}{6}} \sin\left(q - \frac{\pi}{4}\right) \left[ 1 - \frac{41}{72} \frac{1}{q} \tan\left(q - \frac{\pi}{4}\right) + \dots \right], \\ q &= \sqrt{\frac{4a^2 V}{27\Delta} \left(t - \frac{\Delta}{V}\right)^3}, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

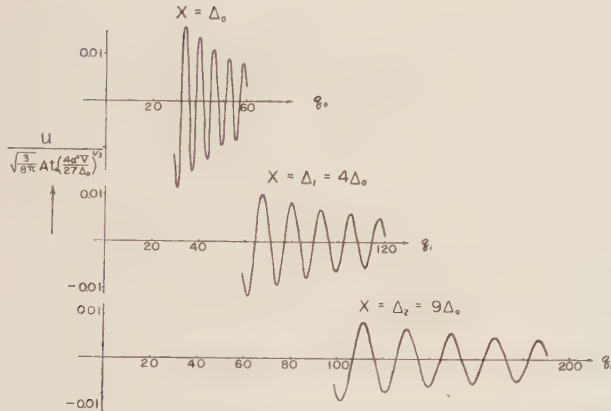


Fig. 10. Dispersion wave form when an initial pulse (5)' is given.  $c = Va^2/(\omega^2 + a^2)$

で与えられる。これを 1) の結果と比較すると、見掛けの周期についても、また振巾についても（但しここでは  $q^{-7/6}$ 、1) では  $q^{-1/6}$  に比例してはいるが）全く同じことがいえる。Fig. 10 は今の場合の  $x = \Delta_0, 4\Delta_0, 9\Delta_0$  における波形である。

3) 次に  $f(t)$  が  $-\infty$  から  $\infty$  までの巾を持っていたらどうなるであろうか。

$$f(t) = A e^{-b^2 t^2}. \quad (26)$$

この場合は

$$f^*(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{A}{b} e^{-\frac{\omega^2}{4b^2}}, \quad (27)$$

であるから、

$$u = \frac{A}{2\sqrt{\pi} b} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \frac{\Delta}{V\omega^2} \omega^3 - \frac{1}{4b^2} \omega^2 + i\omega \left(t - \frac{\Delta}{V}\right) d\omega, \quad (28)$$

となる。これは 1) の場合と全く同じように解くことができ、結局、

$$u = \frac{AV\sqrt{\pi}}{2b} \left[ \frac{4a^2V}{27\Delta} \right]^{\frac{1}{3}} q^{\frac{1}{3}} [J_{\frac{1}{3}}(q) + J_{-\frac{1}{3}}(q)] e^{-\alpha}, \quad t > \frac{\Delta}{V} + \frac{Va^2}{48b^4\Delta} \left\{ \right. \quad (29)$$

$$q = \sqrt{\frac{4a^2V}{27\Delta} \left( t - \frac{\Delta}{V} - \frac{a^2V}{48b^4\Delta} \right)^3},$$

$$u = \frac{\sqrt{3}A}{2\sqrt{\pi}b} \left[ \frac{4a^2V}{27\Delta} \right]^{\frac{1}{3}} q'^{\frac{1}{3}} K_{\frac{1}{3}}(q') e^{-\alpha}, \quad t < \frac{\Delta}{V} + \frac{Va^2}{48b^4\Delta} \left\{ \right. \quad (30)$$

$$q' = \sqrt{\frac{4a^2V}{27\Delta} \left( \frac{\Delta}{V} + \frac{a^2V}{48b^4\Delta} - t \right)^3},$$

$$\alpha = \frac{Va^2}{12b^2\Delta} \left( t - \frac{\Delta}{V} - \frac{Va^2}{72b^4\Delta} \right), \quad (31)$$

が得られる。この式から見ると、この場合は 1) と違つて  $t = \Delta/V$  のあとから振動的となるのではなく、 $t = \Delta/V + Va^2/48b^4\Delta$  を越えてからはじめて振動性があらわれる。即ち  $b$  の小さい程、換言すれば  $x=0$  における pulse が鋭くない程、また  $\Delta$  の小さい程振動性はあらわれ難い。併しそのようなときでも  $t$  の非常に大きいところでは振動的になるが、その振巾は著しく小さいものとなつてしまう。そのほかは 1) で述べたことが全てそのままあてはまる。

## § 5 結 論

以上の結果を総括すると次のようになる。

- 1) 1 地点の観測から得た分散曲線から地殻構造を決めるには、group velocity 対時間曲線の比較から求めるのが最も妥当である ( $U$  と  $T$  だけが観測し得、 $c$  や  $L$  は観測し得ない)。
- 2) この曲線も、観測点が震源から余り離れてなく、また時間も余り経っていないような場合は、勿論理論の曲線と比較し得ない。
- 3) 同じ震央距離では、振動のうしろの部分から求めた方が理論曲線と良く比較し得る。
- 4) たとえ震源の振動が時間的な巾をもっている場合でも、充分時間がたち、また充分大きな震央距離であれば  $U$  対  $T$  の曲線は理論曲線とその仮比較し得る。

最後に御指導頂いた松沢教授、浅田助教授、松沢研究室の皆様、及び貴重資料をお貸し下され終始御討議下さった三東哲夫氏に厚く感謝する。

## 参 考 文 献

- 1) B. Gutenberg: Dispersion und Existenz von seismischen Oberflächenwellen und der Aufbau der Erdschichten. Phys. Zeit., **25** (1924).
- 2) 例えば、  
K. Sezawa: Rayleigh- and Love-waves transmitted through the Pacific Ocean and the Continents. Bull. Earthq. Res. Inst., **13** (1935), 245.  
J.T. Wilson: The Love Waves of the South Atlantic Earthquake of August 28, 1933. Bull. Seis. Soc. Amer., **30** (1940), 273.  
T. Akima: On Dispersion Curves of Surface Waves from the Great Assam Earthquake September 15, 1950. Bull. Earthq. Res. Inst., **30** (1952), 237.  
T. Nagamune: On the Travel Time and the Dispersion of Surface Waves and Structure of North and Central Pacific Basin. Geophys. Mag., **28** (1957), 1.
- 3) T. Akima: loc. cit.

# 妹 沢 波 に つ い て

東京大学理学部地球物理学教室 竹 内 均

中央大学工学部精密工学科 小 林 直 太

(昭和 33 年 5 月 20 日受理)

## On Sezawa Waves

Hitoshi TAKEUCHI

Geophysical Institute, Faculty of Science, Tokyo University.

Naota KOBAYASHI

Department of Precision Mechanics, Faculty of Technology, Chuo University.

(Received May 20, 1958)

A method is proposed for making nomograms for phase and group velocities of Sezawa waves. In Fig. 2 and 3, are shown the nomograms constructed by using the method for the case when  $\lambda' = \mu'$ ,  $\lambda = \mu$  and  $\rho = \rho'$ . As to the notations used, see Fig. 1 below.

### § 1

妹沢 (1927) がいわゆる妹沢波の特性方程式を導きだしてから 30 年になら、その間妹沢、金井らによる理論的研究があるが、その結果はまだ観測や実験を整理する人達の諸要求をみた

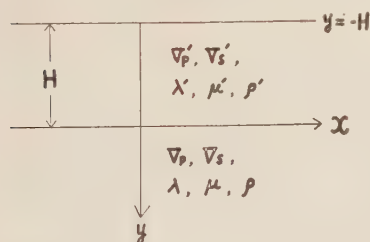


Fig. 1 Assumed Structure.

すにはたりない。筆者らも地震探鉱実験グループにぞくしての実際的経験から、そのことを身にしみて感じてきた。一方最近の電子計算機の進歩はいちじるしいものがあるので、この武器を妹沢波の研究に導入すれば、この方面で大きい進展が期待されよう。こういうことを念頭において行つた予備的研究の結果を次にのべる。

### § 2

左図のような系を考え、下層における変位を

$$\begin{aligned} u &= \left( \frac{if}{h^2} A e^{-ry} - \frac{s}{k^2} B e^{-sy} \right) e^{i(\omega t - fx)} \\ v &= \left( -\frac{r}{h^2} A e^{-ry} + \frac{if}{k^2} B e^{-sy} \right) e^{i(\omega t - fx)} \end{aligned} \quad (2.1)$$

とおく。これに対する  $\Delta$  は

$$\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = A e^{-ry} e^{i(\omega t - fx)} \quad (2.2)$$

となる。ここに

$$r^2 = f^2 - h^2, \quad s^2 = f^2 - k^2, \quad h = p\sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}} = \frac{p}{V_p}, \quad k = p\sqrt{\frac{\rho}{\mu}} = \frac{p}{V_s} \quad (2.3)$$

である。\$\lambda, \mu, \rho, V\_p, V\_s\$ はそれぞれ下層における Lamé の定数、密度、縦波及び横波の速度を示し、これに対応した表層における量には、' をつけて示してある。\$A, B\$ 及びすぐ後の (2.4) 中の \$C, D, E, F\$ は未定の定数である。表層における変位を

$$\begin{aligned} u &= \left[ \frac{if}{h'^2} \left\{ C \begin{pmatrix} \cosh r'y \\ \cos r'y \end{pmatrix} + D \begin{pmatrix} \sinh r'y \\ \sin r'y \end{pmatrix} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{s'}{k'^2} \left\{ E \begin{pmatrix} \sin s'y \\ -\sinh s'y \end{pmatrix} - F \begin{pmatrix} \cos s'y \\ \cosh s'y \end{pmatrix} \right\} \right] e^{i(vt-fx)}, \\ v &= \left[ -\frac{r'}{h'^2} \left\{ C \begin{pmatrix} \sinh r'y \\ -\sin r'y \end{pmatrix} + D \begin{pmatrix} \cosh r'y \\ \cos r'y \end{pmatrix} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{if}{k'^2} \left\{ E \begin{pmatrix} \cos s'y \\ \cosh s'y \end{pmatrix} + F \begin{pmatrix} \sin s'y \\ \sinh s'y \end{pmatrix} \right\} \right] e^{i(vt-fx)} \end{aligned} \quad (2.4)$$

とおく。これに対する \$\Delta\$ は

$$\Delta = \left\{ C \begin{pmatrix} \cosh r'y \\ \cos r'y \end{pmatrix} + D \begin{pmatrix} \sinh r'y \\ \sin r'y \end{pmatrix} \right\} e^{i(vt-fx)} \quad (2.5)$$

でまた

$$\begin{aligned} r'^2 &= \begin{pmatrix} f^2 - h'^2 \\ h'^2 - f^2 \end{pmatrix}, & s'^2 &= \begin{pmatrix} k'^2 - f^2 \\ f^2 - k'^2 \end{pmatrix}, \\ h' &= \frac{p}{V_p'}, & k' &= \frac{p}{V_s'}, & V &= \frac{p}{f} \end{aligned} \quad (2.6)$$

である。式中に ( ) して二段がまえにした部分の意味は次のごとくである。まず \$r'\$ に関係がある二段がまえの部分は、\$f > h'\$ すなわち \$V < V\_p'\$ するとき上の表現を、\$f < h'\$ すなわち \$V > V\_p'\$ するとき下の表現を用いる。同様にして \$s\$ に関係のある二段がまえの部分は、\$k' > f\$ すなわち \$V\_s' < V\$ するとき上の表現を、\$k' < f\$ すなわち \$V\_s' > V\$ するとき下の表現を用いる。\$V\$ は媒質波の位相速度を示している。

ここで境界条件を用いて \$A, B, \dots\$ の間の関係を求めるわけであるが、まず \$y = 0\$ で変位 \$u, v\$ が連続という条件から

$$\frac{if^2}{h^2} A - \frac{sf}{k^2} B - \frac{if^2}{h'^2} C - \frac{s'f}{k'^2} F = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{rf}{h^2} A + \frac{if^2}{k^2} B + \frac{r'f}{h'^2} D - \frac{if^2}{k'^2} E = 0 \quad (2.8)$$

をうる。次に \$y = 0\$ で

$$T_{yy} = \lambda \Delta + 2\mu' \frac{\partial v}{\partial y}, \quad T_{yz} = \mu' \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

の形の応力が連続という条件から

$$\left(\frac{\lambda}{\mu'} - 2\frac{\mu}{\mu'} \frac{r^2}{h^2}\right)A - 2i\frac{\mu}{\mu'} \frac{fs}{k^2} B - \left(\frac{\lambda'}{\mu'} - 2\frac{f^2 - h'^2}{h'^2}\right)C - 2i\frac{fs'}{k'^2} F = 0 \quad (2.9)$$

$$- 2i\frac{\mu}{\mu'} \frac{fr}{h^2} A + \frac{\mu}{\mu'} \frac{(s^2 + f^2)}{k^2} B - 2i\frac{fr'}{k'^2} D - \frac{2f^2 - k'^2}{k'^2} E = 0 \quad (2.10)$$

をうる。以上4つの関係式が、 $V$ ,  $V_p'$ ,  $V_s'$  の大小関係のいかんによらずなりたつことはおもしろいことである。最後に  $y = -H$  で  $T_{yy}$ ,  $T_{yz} = 0$  という条件式から

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\lambda'}{\mu'} - 2\frac{f^2 - h'^2}{h'^2}\right) \left\{ C \left( \frac{\cosh r' H}{\cos r' H} \right) - D \left( \frac{\sinh r' H}{\sin r' H} \right) \right\} \\ & + 2i\frac{fs'}{k'^2} \left\{ E \left( \frac{\sin s' H}{-\sinh s' H} \right) + F \left( \frac{\cos s' H}{\cosh s' H} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} & 2i\frac{fr'}{h'^2} \left\{ C \left( \frac{-\sinh r' H}{\sin r' H} \right) + D \left( \frac{\cosh r' H}{\cos r' H} \right) \right\} \\ & + \frac{2f^2 - k'^2}{k'^2} \left\{ E \left( \frac{\cos s' H}{\cosh s' H} \right) - F \left( \frac{\sin s' H}{\sinh s' H} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

をうる。式中に ( ) して二段がまえにした部分の意味は、(2.6) の後でのべたのと同じである。(2.7)―(2.10) を用い、 $iC$ ,  $iD$ ,  $E$  及び  $F$  を  $A$  及び  $B$  によつてあらわすと次のようになる。

$$m' \frac{\rho}{\rho'} iC = -m\eta \left( \theta - \frac{\rho}{\rho'} \right) iA + 2\xi \frac{s}{k'} \eta(\eta - 1)B \quad (2.13)$$

$$m' \frac{\rho}{\rho'} \frac{r'}{k'} iD = -m \frac{r}{k'} \eta(\theta + 1)iA + \xi \eta \left( \theta + 1 - \frac{\rho}{\rho'} \right) B \quad (2.14)$$

$$\frac{\rho}{\rho'} E = 2m\xi \frac{r}{k'} \eta(\eta - 1)iA - \eta \left( \theta - \frac{\rho}{\rho'} \right) B \quad (2.15)$$

$$\frac{\rho}{\rho'} \frac{s'}{k'} F = m\xi \eta \left( \theta + 1 - \frac{\rho}{\rho'} \right) iA - \frac{s}{k'} \eta(\theta + 1)B \quad (2.16)$$

ただし

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{V_s'}{V} = \frac{f}{k'}, \quad \eta = \frac{\mu}{\mu'}, \quad m = \frac{\lambda}{\mu} + 2, \quad m' = \frac{\lambda'}{\mu'} + 2, \quad \theta = 2\xi^2(\eta - 1), \\ \frac{r}{k'} &= \sqrt{\xi^2 - \frac{\rho}{\rho'} \frac{1}{m\eta}}, \quad \frac{s}{k'} = \sqrt{\xi^2 - \frac{\rho}{\rho'} \frac{1}{\eta}}, \\ \frac{r'}{k'} &= \sqrt{\left| \xi^2 - \frac{1}{m'} \right|}, \quad \frac{s'}{k'} = \sqrt{|1 - \xi^2|} \end{aligned} \quad (2.17)$$

である。(2.11), (2.12) は次のように書きなおされる。

$$m'(1-2\xi^2)(-X_1 iC + X_2 iD) + 2\xi \frac{s'}{k'}(\{\pm\}Y_2 E + Y_1 F) = 0 \quad (2.18)$$

$$2m'\xi \frac{r'}{k'}(-(\pm)X_2 iC + X_1 iD) + (2\xi^2 - 1)(Y_1 E - Y_2 F) = 0 \quad (2.19)$$

ただし  $\xi^2 \geq \frac{1}{m'}$  に応じて

$$X_1 = \begin{pmatrix} \cosh r' H \\ \cos r' H \end{pmatrix}, \quad X_2 = \begin{pmatrix} \sinh r' H \\ \sin r' H \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

となり、また  $1 \geq \xi^2$  に応じて

$$Y_1 = \begin{pmatrix} \cos s' H \\ \cosh s' H \end{pmatrix}, \quad Y_2 = \begin{pmatrix} \sin s' H \\ \sinh s' H \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

となる。さらに

$$\begin{aligned} \{\pm\} &= \begin{cases} + \\ - \end{cases} \text{ when } \xi^2 \geq \frac{1}{m'}, \\ (\pm) &= \begin{cases} + \\ - \end{cases} \text{ when } 1 \geq \xi^2 \end{aligned} \quad (2.22)$$

であり、また

$$r'H = \frac{2\pi}{\xi} \cdot \frac{H}{L} \sqrt{\xi^2 - \frac{1}{m'}}, \quad s'H = \frac{2\pi}{\xi} \cdot \frac{H}{L} \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.23)$$

となる。

### § 3

(2.13)―(2.16), (2.18) 及び (2.19) から  $iA$ ,  $B$ ,  $iC$ ,  $iD$ ,  $E$  及び  $F$  を消去すれば、妹沢波の特性方程式がえられる。その特性方程式は

$$\frac{\rho}{\rho'}, \quad \frac{\lambda}{\mu}, \quad \frac{\lambda'}{\mu'}, \quad \frac{L}{H} = \frac{2\pi}{fH}, \quad \frac{1}{\xi} = \frac{V}{V_s'} = \frac{k'}{f}, \quad \eta = \frac{\mu}{\mu'} \quad (3.1)$$

の間の関係式である。ただし  $L = \frac{2\pi}{f}$ ,  $V = \frac{p}{f}$  はそれぞれ妹沢波の波長及び位相速度を示して

いる。この特性方程式を解くさいに、これまでの研究者は  $\frac{\rho}{\rho'}$ ,  $\frac{\lambda}{\mu}$ ,  $\frac{\lambda'}{\mu'}$ ,  $\eta$  及び  $\frac{L}{H}$  を与えて残る  $\xi$  の値を求めようとした。この場合  $\xi$  に対する方程式は三角函数あるいは双曲線函数をふくむ超越方程式となる。この超越方程式を解くには、かなりの労力を要する。またかりにそれを解いて、 $\xi$  の値を求めたととしても、それに対する  $iA$ ,  $B$ ,  $iC$ ,  $iD$ ,  $E$ ,  $F$  の値を求めて、変位の鉛直分布をだすには、6元一次方程式を解かねばならず、これもまた労力を要する仕事となる。

上にのべた困難をさけるために、筆者らは次のような方法を用いることにした。まず (3.1)

を解くさいに、 $\frac{\rho}{\rho'}$ ,  $\frac{\lambda}{\mu}$ ,  $\frac{\lambda'}{\mu'}$ ,  $\frac{L}{H}$  及び  $\xi$  を与えて残る  $\eta$  の値を求めることにした。これは

$\frac{\rho}{\rho'}$ ,  $\frac{\lambda}{\mu}$ ,  $\frac{\lambda'}{\mu'}$  を固定し、 $\frac{L}{H}$  を横軸とし  $\frac{V}{V_s}$  を縦軸とした分散曲線用の用紙の各格子点につい

て、それに対応した  $\mu/\mu'$  の値を求めることを意味する。格子点の密度を相当こまかくとり、それに対応した  $\mu/\mu'$  の値を求めておけば、後は内挿法を用いて、 $\mu/\mu'$  をパラメーターとした従来の意味での分散曲線を、実用上十分な精度で書くことができるだろう。じつさいの計算は次のように行う。(2.13)–(2.16) において、 $\frac{\rho}{\rho'}$ ,  $\frac{\lambda}{\mu}$ ,  $\frac{\lambda'}{\mu'}$ ,  $\frac{L}{H}$ ,  $\frac{1}{\xi} = \frac{V}{V_s}$  を与え、かつある

$\eta = \frac{\mu}{\mu'}$  の値を仮定すれば、 $iC$ ,  $iD$ ,  $E$ ,  $F$  が次のような形になる。

$$iC, iD, E, F = (\square) iA + (\square) B \quad (3.2)$$

ここに  $(\square)$  はある数値係数を意味する。この結果を (2.18), (2.19) に代入すれば

$$(\square) iA + (\square) B = 0 \quad (3.3)$$

という形の式が 2 つえられる。この両式からえられる  $B/iA$  の値は、一般には等しくないであろう。そこで  $\eta$  の値をいろいろにかえて、2 つの  $B/iA$  が一致するように  $\eta$  をきめるのである。このようにしてきめられた  $\eta$  が求めるものである。 $\eta$  と同時に  $B/iA$  の値がきまるが、これを (3.2) に代入すれば  $iC$ ,  $iD$ ,  $E$ ,  $F$  と  $iA$  との比がきまる。これは変位の鉛直分布を計算するさいの材料になる。

(2.18), (2.19) の式の係数は、仮定する  $\eta$  の値に無関係に前もつて計算しておかれる。このことからわかるように、われわれの方法では、解くべき式が超越方程式にならない。かつ振巾計算に必要な  $B$ ,  $iC$ ,  $iD$ ,  $E$ ,  $F$  と  $iA$  との比が、 $\eta$  に関する計算のとちゆうでひとりでに求まってくる。こういう点が、われわれの方法がこれまでの方法にくらべてすぐれている点であろう。とくに § 4 に示すような妹沢波についてのノモグラムをつくるには、これ以上の方法はないように思われる。

#### § 4

多くの弾性体では近似的に

$$\lambda = \mu, \quad \lambda' = \mu' \quad (4.1)$$

であり、また

$$\rho = \rho' \quad (4.2)$$

とおいても、多くの目的にはさしつかえない。(4.1), (4.2) のようにおいて計算した結果が

第 1 表に示してある。ここでは  $\frac{L}{H}$  を横軸に、 $\frac{V}{V_s}$  を縦軸とり、各格子点に対する  $\frac{\mu}{\mu'}$  の値を

示してある。大体予想どおりの結果がえられているが、下層が低速層である場合に対しては、すこし思いがけない結果がえられている。 $\rho=\rho'$ と仮定したから  $\eta=\mu/\mu'<1$  であれば、下層が低速層となる。

第 1 表

5.0													66.50				
4.0													37.80	26.90	24.33		
3.0													22.62	16.23	14.48	13.61	13.10
2.0				160.0	14.80	10.32	8.69	7.836	7.30	6.68	6.31	6.08	5.91	5.78			
1.8				9.15	6.70	5.865	5.42	1.15	4.96	4.71	4.55	4.44	4.36	4.30			
1.6	10.37			5.36	4.54	4.184	3.98	3.836	3.73	3.59	3.50	3.43	3.38	3.34			
1.4	4.35			3.38	3.08	2.93	2.83	2.767	2.72	2.65	2.60	2.56	2.53	2.51			
1.2	3.65	2.37	2.20	2.02	1.964	1.93	1.90	1.88	1.85	1.83	1.82	1.81	1.80				
0.9194	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0				
0.8	0.663			0.686	0.700	0.709	0.715	0.719	0.722	0.726	0.729	0.731	0.734	0.735			
0.6						0.361	0.366	0.370	0.374	0.380	0.383	0.386	0.388	0.390			
0.4											0.161	0.162	0.163	0.164			
$V/V_s'$																	
$L/H$	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20				

表にかかげた結果から  $\eta=\text{一定}<1$  に対する分散曲線を想像してみよう。この場合  $L/H$  の小さい、すなわち波長の短い妹沢波は存在しない。下層が低速になればなるほど、この性質はいちじるしくなる。 $\frac{L}{H} \rightarrow \infty$  に対しては  $V \rightarrow V_R = 0.92 V_s$  なることが予想される。 $V_R$  は下層における Rayleigh 波の速度を示している。じつさにそうなることは、たとえば  $\frac{V}{V_s'} = 0.6$  に対して、 $\frac{L}{H} = 20$  のとき  $\eta = \frac{\mu}{\mu'} = 0.39$  となることなどにあらわれている。すなわち  $\eta = 0.39$  に対しては、

$$V_R = 0.92 V_s = 0.92 \sqrt{0.39} V_s' = 0.57 V_s'$$

となるはずである。これは  $V = 0.6 V_s'$  に十分近い値である。妹沢波の存在する範囲では、分散性はいちじるしくなく、Anomalous Dispersion の傾向が見られる。要するに次の結果がえられる。下層が低速層のときは、波長が相当長い妹沢波だけが存在する。波の位相速度は下層における Rayleigh 波の速度にほぼ等しく、逆分散の傾向がみられる。

この節の結果にもとずき、 $\mu'/\mu$  を横軸、 $V/V_s'$  を縦軸、 $L/H$  をパラメーターとして書いたノモグラムが第 2-1 及び 2-2 図である。 $\mu'/\mu = \text{一定}$  なる縦軸に平行な直線上をたどり、各  $L/H$  に対する  $V/V_s'$  の値を読みとつて、 $L/H$  対  $V/V_s'$  の図を書けば、これが従来の意味での分散曲線になる。このような図をつくり、それと金井 (1951) によつてえられている図とを比べてみたが、両者はよく一致していた。

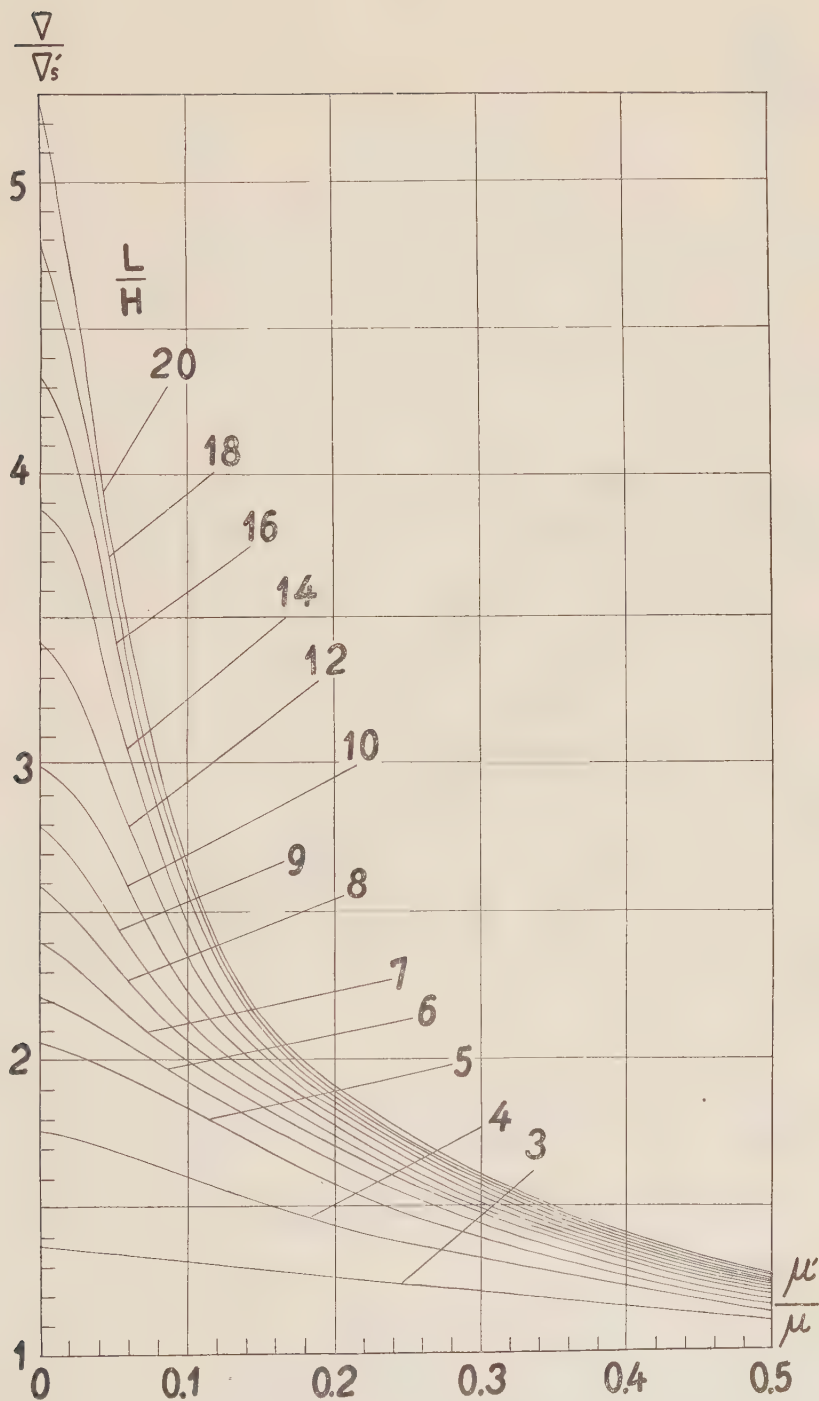


Fig. 2(1) Nomogram for Phase Velocity  $\frac{L}{H}$ : parameter,  $L$ : wave length.

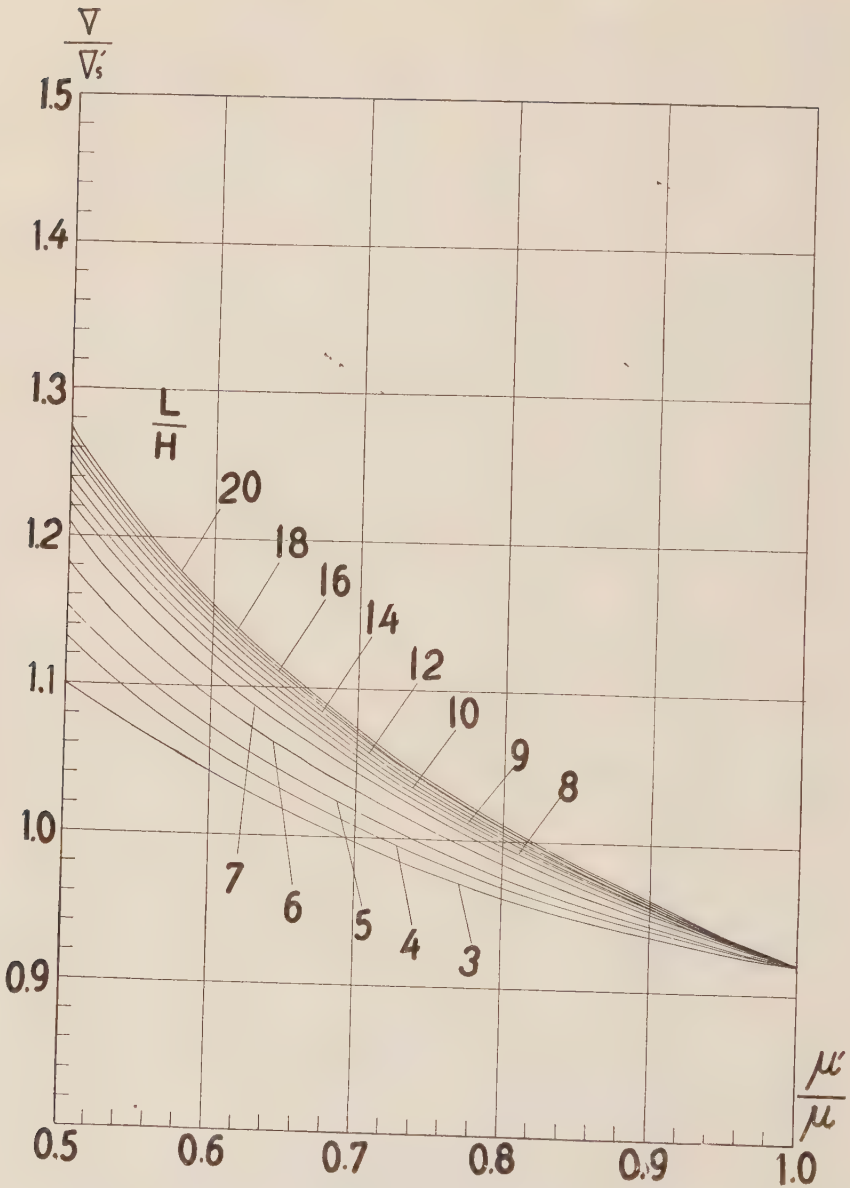


Fig. 2(2) Nomogram for Phase Velocity  $\frac{L}{H}$ : parameter,  $L$ : wave length.

§ 5

次に各  $L/H$  及び  $V/V_s$  に対応した群速度  $V$  の計算を行つた、これについては前もつて 2, 3 の注意が必要である。これまでのわれわれの計算は  $L/H$  を横軸とし、 $V/V_s$  を縦軸とする分散曲線用のグラフの各格子点に対応した  $\eta = \mu/\mu'$  を求める計算であつた。すなわちどの  $\eta$  に対応した分散曲線が問題の格子点を通るかをしらべたわけである。これから行おうとするの

は、このようにして求めた  $\eta$  に対応した分散曲線が問題の格子点でとる  $d(V/V_s')/d(L/H)$  の値を求め、さらに公式

$$\frac{U}{V_s'} = \frac{V}{V_s'} - \frac{L}{H} \frac{d\left(\frac{V}{V_s'}\right)}{d\left(\frac{L}{H}\right)} \quad (5.1)$$

を用いて、その  $L/H$ ,  $V/V_s'$ ,  $\eta = \mu/\mu'$  に対応した群速度  $U$  を求める計算である。微係数  $d(V/V_s')/d(L/H)$  の計算は特性方程式 (3.1) において  $\frac{\rho}{\rho'}$ ,  $\frac{\lambda}{\mu}$ ,  $\frac{\lambda'}{\mu'}$  及び  $\frac{\mu}{\mu'}$  を固定し、かつ  $\frac{V}{V_s'}$  を  $\frac{L}{H}$  の函数と考え、(3.1) 式を  $\frac{L}{H}$  で微分しておこなう。計算のとりかたででてくる  $\frac{L}{H}$  及び  $\frac{V}{V_s'}$  としては、(3.1) で最初に与えた値を用いる。

このようなプログラムを実行するには、特性方程式 (3.1) をできるだけ簡単な形にしておくことが必要で、じつさいには次のようにした。(3.1) は次の形になる。

$$\begin{aligned} & \left\{ \binom{n}{n} \frac{rs}{k'^2} + \binom{n}{n} \right\} + \left\{ \binom{n}{n} \frac{rs'}{k'^2} + \binom{n}{n} \frac{s}{k'} \frac{k'}{s'} \right\} X_1 Y_2 \\ & + \left\{ \binom{n}{n} \frac{rk'}{k' r'} + \binom{n}{n} \frac{s r'}{k'^2} \right\} X_2 Y_1 + \left\{ \binom{n}{n} \frac{rs}{k'^2} + \binom{n}{n} \right\} X_1 Y_1 \\ & + \left\{ \binom{n}{n} \frac{m}{m'} \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 \frac{rs}{k'^2} \frac{k'^2}{r' s'} + \binom{n}{n} \frac{m}{m'} \frac{k'^2}{r' s'} \right\} X_2 Y_2 = 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

ここに  $\binom{n}{n}$  はある係数で、たとえば  $\frac{rs}{k'^2} X_1 Y_1$  に対する  $\binom{n}{n}$  を  $X_1 Y_1$ ,  $\frac{rs}{k'^2}$  とあらわすようにすると、次のようになる。

$$\begin{aligned} 1, \quad \frac{rs}{k'^2} &= -8m \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 (\eta-1) \{ 4(\eta-1)\xi^4 - 2(\eta-2)\xi^2 - 1 \} \xi^2, \\ 1, \quad 1 &= 4m\xi^2 \left[ 8 \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 (\eta-1)^2 \xi^6 - 4 \frac{\rho'}{\rho} (\eta-1) \left\{ 2 - \frac{\rho'}{\rho} + \frac{\rho'}{\rho} (\eta-1) \right\} \xi^4 \right. \\ & \quad \left. + 2 \left\{ \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) + \frac{\rho'}{\rho} \left( 2 - \frac{\rho'}{\rho} \right) (\eta-1) \right\} \xi^2 - \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) \right], \\ X_1 Y_2, \quad \frac{rs'}{k'^2} &= -(\pm) 4m \frac{\rho'}{\rho} \xi^2, \\ X_1 Y_2, \quad \frac{s}{k'} \frac{k'}{s'} &= -m \frac{\rho'}{\rho} (4\xi^4 - 4\xi^2 + 1), \\ X_2 Y_1, \quad \frac{r}{k'} \frac{k'}{r'} &= -m \frac{\rho'}{\rho} (4\xi^4 - 4\xi^2 + 1), \\ X_2 Y_1, \quad \frac{s r'}{k'^2} &= \{\pm\} 4m \frac{\rho'}{\rho} \xi^2, \end{aligned}$$

$$X_1 Y_1, \quad \frac{sr}{k'^2} = 4m \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 \xi^2 \{ 8(\eta-1)^2 \xi^4 - 4(\eta^2 - 3\eta + 2) \xi^2 + (\eta^2 - 2\eta + 2) \} ,$$

$$\begin{aligned} X_1 Y_1, \quad 1 - 32m \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 (\eta-1)^2 \xi^8 + 16m \frac{\rho'}{\rho} \left\{ \frac{\rho'}{\rho} \eta^2 + \left( 2 - 3 \frac{\rho'}{\rho} \right) \eta \right. \\ \left. - 2 \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) \right\} \xi^6 - 4m \left\{ \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 \eta^2 + 2 \frac{\rho'}{\rho} \left( 2 - \frac{\rho'}{\rho} \right) \eta + 2 \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 - 2 \frac{\rho'}{\rho} \right\} \xi^4 \\ + 4m \left\{ \frac{\rho'}{\rho} \eta + \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) \right\} \xi^2 - m, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_2 Y_2, \quad \frac{m}{m'} \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 \frac{rs}{k'^2} \frac{k'^2}{r's'} = -32m' (\eta-1)^2 \xi^8 + 16 \{ (2m'+1) \eta^2 \\ - (5m'+2) \eta + (3m'+1) \} \xi^6 - 4 \{ (m'+4) \eta^2 - (6m'+8) \eta + (6m'+4) \} \xi^4 \\ - 4m' (\eta-2) \xi^2 - m', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_2 Y_2, \quad \frac{m}{m'} \frac{k'^2}{r's'} = 32m' \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 (\eta-1)^2 \xi^{10} - 16 \frac{\rho'}{\rho} \left[ \frac{\rho'}{\rho} (2m'+1) \eta^2 - \left\{ 2 \frac{\rho'}{\rho} \right. \right. \\ \left. \left. + m' \left( 5 \frac{\rho'}{\rho} - 2 \right) \right\} \eta + \left\{ m' \left( 3 \frac{\rho'}{\rho} - 2 \right) + \frac{\rho'}{\rho} \right\} \right] \xi^8 + 4 \left[ (m'+4) \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 \eta^2 \right. \\ \left. + 2 \frac{\rho'}{\rho} \left\{ 2 \left( 1 - 2 \frac{\rho'}{\rho} \right) + m' \left( 4 - 3 \frac{\rho'}{\rho} \right) \right\} \eta + 2 \left\{ m' \left( 1 - 5 \frac{\rho'}{\rho} + 3 \frac{\rho'^2}{\rho^2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \frac{\rho'}{\rho} \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) \right\} \right] \xi^6 - 4 \left[ \frac{\rho'}{\rho} \left\{ 4 + m' \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) \right\} \eta + \left\{ m' \left( 2 - 3 \frac{\rho'}{\rho} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \frac{\rho'^2}{\rho^2} \right) + \left( 1 - 4 \frac{\rho'}{\rho} \right) \right\} \right] \xi^4 + \left\{ 4 + m' \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 \right\} \xi^2 . \quad (5.3) \end{aligned}$$

(5.1) 式中の  $\frac{d\left(\frac{V}{V_{s'}}\right)}{d\left(\frac{L}{H}\right)} = \frac{d\left(\frac{1}{\xi}\right)}{d\left(\frac{L}{H}\right)}$  を計算するには、 $\frac{d\left(\frac{L}{H}\right)}{d\xi}$  を計算すればよい。そのためには

$\frac{L}{H}$  を  $\xi$  の函数と考えて (5.2) 式を  $\xi$  で微分すればよい。そのさい各 ( ), すなわち (5.3) 式の右辺の各項を  $\xi$  で微分することは容易である。残る  $\frac{rs}{k'^2}$ ,  $\dots$  を  $\xi$  で微分すると次のようになる。後の計算のつごうも考えて、 $\xi$  に関する 2 階微分までを示しておく、なお公式 (5.4) では  $\frac{r}{k'}$ ,  $\frac{s}{k'}$ ,  $\frac{r'}{k'}$ ,  $\frac{s'}{k'}$  のかわりに単に  $r$ ,  $s$ ,  $r'$ ,  $s'$  とするすことにする。

$$\frac{d(rs)}{d\xi} = \xi \left( \frac{s}{r} + \frac{r}{s} \right),$$

$$\frac{d^2(rs)}{d\xi^2} = -\frac{1}{\eta} \frac{\rho}{\rho'} \left( \frac{s}{mr^3} + \frac{r}{s^3} \right) + \frac{2\xi^2}{rs},$$

$$\frac{d(rs')}{d\xi} = \xi \left\{ \frac{s'}{r} - (\pm) \frac{r}{s'} \right\},$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2(rs')}{d\xi^2} &= -\frac{1}{m\eta} \frac{\rho}{\rho'} \frac{s'}{r^3} - \frac{r}{s'^3} - (\pm) 2 \frac{\xi^2}{rs'}, \\
\frac{d\left(\frac{s}{s'}\right)}{d\xi} &= \frac{\xi}{s'^2} \left\{ \frac{s'}{s} + (\pm) \frac{s}{s'} \right\}, \\
\frac{d^2\left(\frac{s}{s'}\right)}{d\xi^2} &= (\pm) \frac{2\xi^2}{ss'^3} - \frac{1}{\eta} \frac{\rho}{\rho'} \frac{1}{s'^3} + \frac{s}{s'^5} (2\xi^2 + 1), \\
\frac{d\left(\frac{r}{r'}\right)}{d\xi} &= \frac{\xi}{r'^2} \left\{ \frac{r'}{r} - (\pm) \frac{r}{r'} \right\}, \\
\frac{d^2\left(\frac{r}{r'}\right)}{d\xi^2} &= -\{(\pm)\} \frac{2\xi^2}{rr'^3} - \frac{1}{m\eta} \frac{\rho}{\rho'} \frac{1}{r'^3} + \frac{r}{r'^5} (2\xi^2 + \frac{1}{m'}), \\
\frac{d(sr')}{d\xi} &= \xi \left\{ \frac{r'}{s} + \{(\pm)\} \frac{s}{r'} \right\}, \\
\frac{d^2(sr')}{d\xi^2} &= -\frac{1}{\eta} \frac{\rho}{\rho'} \frac{r'}{s^3} - \frac{s}{m'r'^3} + \{(\pm)\} \frac{2\xi^2}{sr'}, \\
\frac{d^2\left(\frac{1}{r's'}\right)}{d\xi} &= (\pm)\{(\pm)\} \frac{\xi \left\{ 2\xi^2 - \left(1 + \frac{1}{m'}\right) \right\}}{r'^3 s'^3}, \\
\frac{d^2\left(\frac{1}{r's'}\right)}{d\xi^2} &= (\pm)\{(\pm)\} \frac{\left\{ 6\xi^2 - \left(1 + \frac{1}{m'}\right) \right\}}{r'^3 s'^3} + \frac{3\xi^2 \left\{ 2\xi^2 - \left(1 + \frac{1}{m'}\right) \right\}^2}{r'^5 s'^6}, \\
\frac{d\left(\frac{rs}{r's'}\right)}{d\xi} &= \frac{d(rs)}{d\xi} \frac{1}{r's'} + rs \frac{d\left(\frac{1}{r's'}\right)}{d\xi}, \\
\frac{d^2\left(\frac{rs}{r's'}\right)}{d\xi^2} &= \frac{d^2(rs)}{d\xi^2} \frac{1}{r's'} + 2 \frac{d(rs)}{d\xi} \frac{d\left(\frac{1}{r's'}\right)}{d\xi} + \frac{d^2\left(\frac{1}{r's'}\right)}{d\xi^2} rs, \\
\frac{d(X_1 Y_1)}{d\xi} &= \{(\pm)\} X_2 Y_1 \frac{d(r'H)}{d\xi} - (\pm) X_1 Y_2 \frac{d(s'H)}{d\xi}, \\
\frac{d(X_1 Y_2)}{d\xi} &= \{(\pm)\} X_2 Y_2 \frac{d(r'H)}{d\xi} + X_1 Y_1 \frac{d(s'H)}{d\xi}, \\
\frac{d(X_2 Y_1)}{d\xi} &= X_1 Y_1 \frac{d(r'H)}{d\xi} - (\pm) X_2 Y_2 \frac{d(s'H)}{d\xi}, \\
\frac{d(X_2 Y_2)}{d\xi} &= X_1 Y_2 \frac{d(r'H)}{d\xi} + X_2 Y_1 \frac{d(s'H)}{d\xi},
\end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d(r'H)}{d\xi} &= \{(\pm)\} \frac{1}{m'\xi^2 \sqrt{\xi^2 - \frac{1}{m'}}} \frac{2\pi H}{L} + \frac{1}{\xi} \sqrt{\xi^2 - \frac{1}{m'}} \frac{d\left(\frac{2\pi H}{L}\right)}{d\xi},
\end{aligned} \tag{5.5}$$

$$\frac{d(s'H)}{d\xi} = -(\pm) \frac{1}{\xi^2 \sqrt{1-\xi^2}} \left[ \frac{2\pi H}{L} + \frac{1}{\xi} \sqrt{1-\xi^2} \right] \frac{d\left(\frac{2\pi H}{L}\right)}{d\xi} \quad (5.6)$$

以上の公式をもとにして計算した群速度  $U$  の値が第 2 表に示してある。(5.3), (5.4) の右辺の計算は富士通信機製造 K.K. のリレー計算機を用いて行つた。計算のためのプログラムテープは同社に保存されている。

第 2 表

5.0														0.9278		
4.0													1.1727	2.2845	2.9243	
3.0												1.3774	1.9462	2.2777	2.4664	2.5798
2.0			1.0428	1.1843	1.3172	1.4287	1.5168	1.5858	1.6819	1.7447	1.7872	1.8182	1.8417			
1.8			0.9322	1.2609	1.3943	1.4707	1.5209	1.5574	1.6072	1.6399	1.6630	1.6802	1.6936			
1.6		0.4888	1.0612	1.2601	1.3447	1.3906	1.4203	1.4414	1.4701	1.4892	1.5034	1.5142	1.5229			
1.4		0.8301	1.1015	1.2036	1.2508	1.2767	1.2933	1.3049	1.3204	1.3308	1.3384	1.3445	1.3494			
1.2	0.6899	0.9592	1.0713	1.1044	1.1269	1.1400	1.1477	1.1533	1.1604	1.1650	1.1686	1.1713	1.1735			
0.8		0.8522	0.8394	0.8289	0.8222	0.8179	0.8147	0.8128	0.8102	0.8089	0.8081	0.8078	0.8073			
0.6							0.6308	0.6275	0.6241	0.6193	0.6155	0.6138	0.6126	0.6120		
0.4											0.4114	0.4108	0.4099	0.4094		
$U/V_s'$																
$L/H$	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20			

この計算結果にもとずき、 $\mu'/\mu$  を横軸、 $U/V_s'$  を縦軸、 $L/H$  をパラメーターとして書いたノモグラムが第 3—1 及び 3—2 図である。ノモグラムの使用法は、位相速度に対するノモグラムのときと同様である。

## § 6

上のノモグラムをつくるとちゆうその他で、 $\eta = \frac{\mu}{\mu'} \rightarrow \infty$  なる場合の分散曲線をつくる必要を生じた。これは表層に比して下層がたいへんにかたい場合で、それ自身興味のある場合である。したがつてその場合をとりだしてここに論じておく。§ 2 の記号を用いれば、このとき

$$iA = B = 0 \quad (6.1)$$

である。これは下層の変位が 0 なることを意味している。残る定数  $iC$ ,  $iD$ ,  $E$ ,  $F$  をきめる式としては、(2.7) 及び (2.8) において  $iA = B = 0$  とおいた式及び (2.11), (2.12) が用いられる。これらの関係を整理すると次のようになる。

$$-\frac{iD}{iC} = \frac{\langle 1 \rangle}{\langle 2 \rangle} = \frac{\langle 3 \rangle}{\langle 4 \rangle} \quad (6.2)$$

ただし

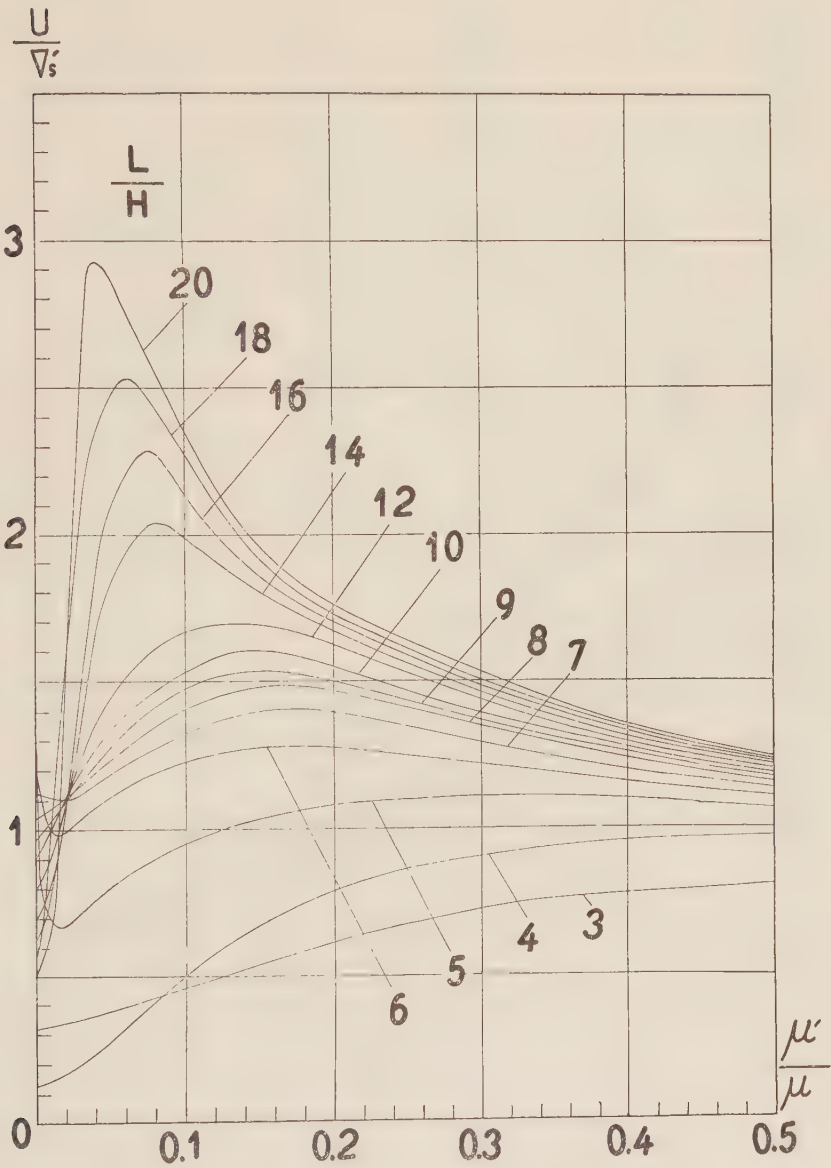


Fig. 3(1) Nomogram for Group Velocity  $\frac{L}{H}$ : parameter,  $L$ : wave length.

$$\langle 1 \rangle = \frac{2\xi^2 - 1}{\sqrt{|1 - \xi^2|} \sqrt{\xi^2 - \frac{1}{m'}}} Y_2 - \{\pm\} 2 X_2,$$

$$\langle 2 \rangle = -\frac{2\xi^2 - 1}{\xi^2} Y_1 + 2 X_1,$$

$$\langle 3 \rangle = 2\xi^2 Y_1 + (1 - 2\xi^2) X_1,$$

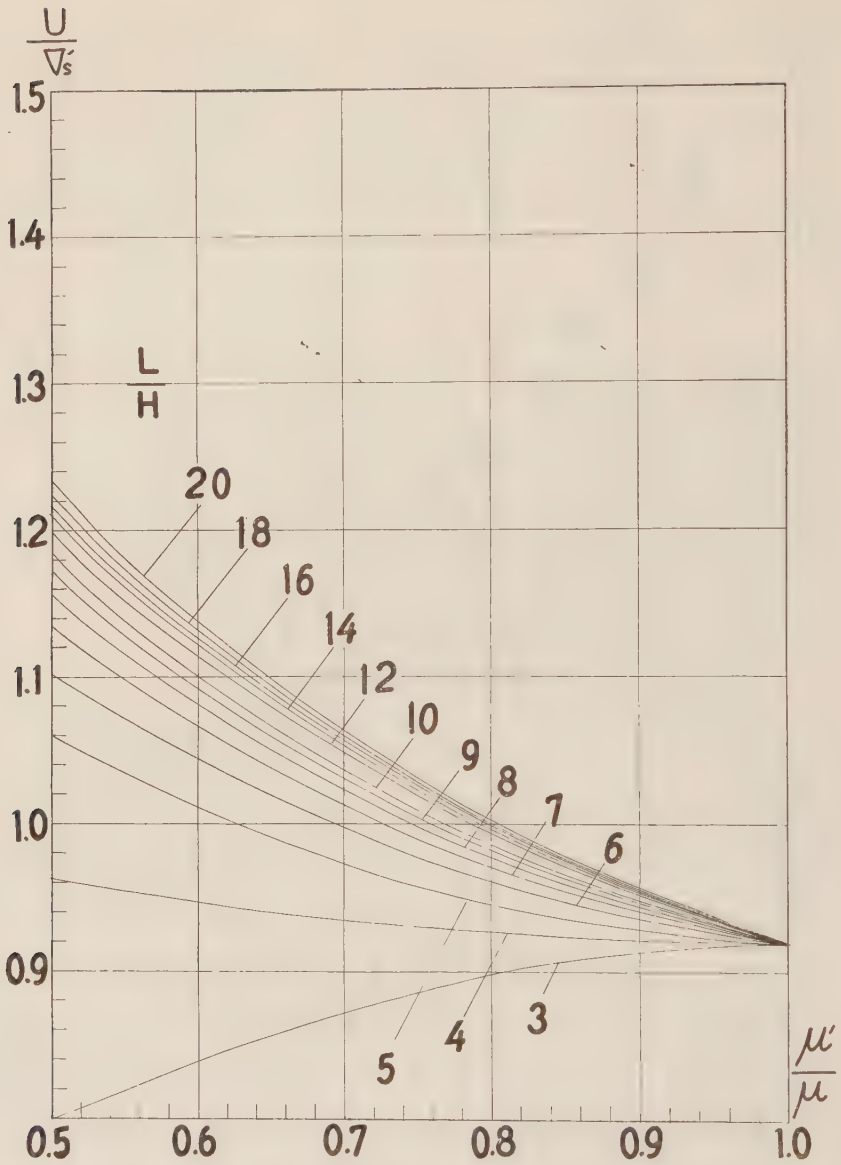


Fig. 3(2) Nomogram for Group Velocity  $\frac{L}{H}$ : parameter,  $L$ : wave length.

$$\langle 4 \rangle = (\pm) 2\sqrt{|1-\xi^2|} \sqrt{\xi^2 - \frac{1}{m'}} \left[ Y_2 - (1-2\xi^2) X_2 \right] \quad (6.3)$$

である。この式を用いて各  $\frac{L}{H}$  に対する  $\frac{1}{\xi} = \frac{V}{V_s'}$  をきめた結果が第3表に示してある。さらに

§5 と同様の方法で計算した  $\frac{U}{V_s'}$  の値が同じく第3表に示してある。

第 3 表

$L/H$	$V/V_s'$	$U/V_s'$
1	0.93	0.871
2	1.072	0.599
3	1.371	0.325
4	1.749	0.158
5	2.057	1.288
6	2.219	1.200
7	2.396	1.114
8	2.585	1.035
9	2.783	0.962
10	2.989	0.897
12	3.418	0.785
14	3.865	0.694
16	4.323	0.621
18	4.789	0.561
20	5.262	0.510



Fig. 4 Dispersion Curves of Phase and Group Velocity for  $\mu/\mu' = \infty$ .

第 3 表の結果をグラフにして示したのが第 4 図である。結果のうち最も注目すべきことは、 $\frac{L}{H}=4.6$  のところで位相速度の曲線が折れ曲り、群速度の曲線に最大及び最小があらわれることである。このときの  $\frac{V}{V_s'}$  の値は 2.0 となる。  $L=VT$ ,  $V_p'=\sqrt{3} V_s'$  であるから、上の結果は

$$\frac{V_p' T}{H} = \frac{4.6\sqrt{3}}{2.0} \div 4.0 \quad (6.4)$$

と書きなおされる。これは田治米 (1956) の 1/4 波長則に対する表現となつている。

#### 参 考 文 献

- Kanai, K., 1951, On the group velocity of dispersive surface waves. Bull. Earthq. Res. Inst., **29**, 49-60.  
 Sezawa, K., 1927, Dispersion of elastic waves propagated on the surface of stratified bodies and on curved surfaces. Bull. Earthq. Res. Inst., **3**, 1-18.  
 Tazime, K., 1956, Wave groups generated by a very small explosion. Journ. Phys. Earth, **4**, 113-126.

# 大爆破による関東地方北部の地下構造

爆破地震動研究グループ

(昭和 33 年 5 月 20 日受理)

## Crustal Structure in Northern Kwantō District by Explosion Seismic Observations

Research Group for Explosion Seismology

(Received May 20, 1958)

At 01 h 05 m, Nov. 14, 1954 and at 01 h 05 m, Aug. 15, 1955, large amounts of explosives were fired near the Lake Nozori, Gumma Prefecture. At 01 h 05 m, Dec. 5, 1956, 1 ton of explosives was fired near Hokota town, Ibaragi Prefecture. 18 temporary observation stations for the Nozori explosions and 15 stations for the Hokota explosion were set up along the line connecting the Nozori and Hokota shot points. Each station was equipped with high-sensitive electro-magnetic seismometers with amplifiers. By these explosion-experiments the most probable crustal structure of nearly east-west section in the northern part of Kwantō District was deduced. It is shown in Fig. 7a. The depth of the Mohorovičić discontinuity was determined to be 25-30 km. The depth of earthquake foci near Mt. Tukuba is generally found to be greater than 30 km. Consequently earthquakes near Tukuba evidently occur in the upper part of the mantle.

### 第 I 章 観測および資料

#### § 1. はしがき

1954 年 12 月の第 1 回野反爆破の観測を契機としてわれわれの活動が東北地方から関東地方に移つて以来、今日まで、関東地方で 6 回の大爆破による地震動の観測が行われている。そのうち、第 1, 2 回野反爆破、および第 1 回鉾田爆破は、観測点が同一測線上に並び、かつ両点爆破の関係になつているので、とりまとめて考察することが望ましい。以下、この三回の爆破について報告する。

#### § 2. 爆破点の状況および観測のあらまし

群馬県吾妻郡六合村にある野反池の北に rock-fill ダムを作ることになり、その建設に必要な石を採るために、しばしば、火薬の爆破が行われた。そのうちの 2 回をわれわれの観測に利用させてもらった。爆破点附近の形状および坑道・薬室の位置・薬量等は Fig. 1 の通りである。shot time はダイナマイトに電線をまきつけて、そのダイナマイトが爆発する時刻をオシログラフに記録した。しかし、第 2 回目の爆破ではこの方法で shot time を取るのに失敗したが、幸に万一を考えて用意した tape recorder に地動と爆発音を記録することができた。その上、現地の気温の観測もあつたので、これから shot time を求めた。

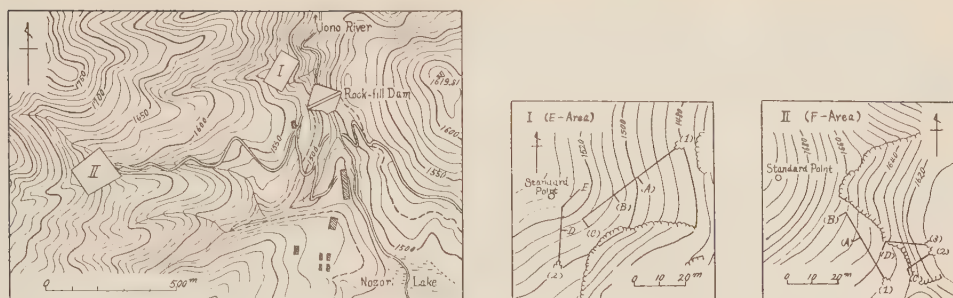


Fig. 1. Topographical map near shot points of the first and second Nozori explosions.

I, II; the first and the second shot point.

□; entrance of tunnel.

-----; high water level of the Lake.

(A), (B); charge chamber.

——; tunnel.

第1回鉦田爆破は茨城県鹿島郡鉦田町の西、大洋村の旧飛行場あとを爆破点とした。ここに、半径7 m の円に内接する正五角形の各頂点と中心の位置に計6本の爆破孔を掘つた。孔の径は5 inch、深さは70 mで、火薬は孔底から約50 mの長さに装填された。

爆破点の諸要素は Table 1 の通りである。

Table 1.

Name of Explosion	Location of shot point			Amount of Charge	Shot Time
	$\lambda$	$\phi$	H		
Nozori I	138°38'35.2'' E	36°42'58.2'' N	1526 m	3.70 ton	1954, Nov. 14, 01 h 05 m 00.865 s
Nozori II	138°37'59.2''	36°42'51.8''	1606	1.55	1955, Aug. 15, 01 h 05 m 00.291 s
Hokota I	140°33'39.6''	36°08'19.8''	41	1.0	1956, Dec. 5, 01 h 05 m 00.200 s

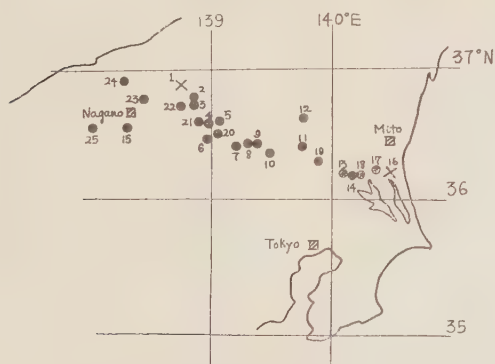


Fig. 2. Shot point and seismic observation stations for the Hokota and Nozori explosions.

×; Shot point

●; Observation point

観測点は Fig. 2 に示すとおり、およそ関東平野の北部、野反と鉦田を結ぶ直線上に配置されている。観測点の位置、震央距離、観測計器、観測者は Table 2 に示してある。

爆破点および観測点の位置は、附近の三角点からその場の状況に応じた方法で精密に求められた。その誤差は  $\phi$ ,  $\lambda$  で  $0.1 \sim 0.3''$  を超えることはない。震央距離の誤差は  $\pm 10$  m 以内である。

観測計器は従来のもと同じで、固有

Table 2

Name of Explo- sion <sup>1)</sup>	Reference Number	Observation point	$\lambda$	$\varphi$	$H$	$\theta$ <sup>2)</sup>
					m	
N 1	1	Shot point (Nozori)	130° 38' 35.2" E	36° 42' 58.2" N	1520	—
N 2	1'	"			1606	N83°~113°E
N 1	2	Sima	47 44.6	37 44.6	518	124°45' E
N 2	2'	"	47 46.4	37 50.8	516	122 28
N 1	3	Sawatariguti	47 42.5	36 22.9	446	131 53
N 2	4	Nakanojo	51 09.8	35 17.0	358	125 31
N 1	5	Takayama	57 41.2	37 28.6	552	109 39
N 2	6	Ikaho	55 38.0	30 00.7	641	132 05
N 1	7	Ōgo	139 09 45.3	25 39.2	191	124 34
N 2	8	Ōmama	17 45.8	27 26.0	253	115 41
N 2	9	Kiryu	23 02.5	26 56.8	178	113 39
N 1	10	Asikaga	30 12.5	19 00.5	36	117 55
N 1	11	Totigi	42 36.9	21 38.2	49	112 26
N 2	12	Ōya	49 30.1	35 25.9	152	97 21
N 1	13	Tukuba	140 06 39.9	12 38.6	286	113 05
N 2	13'	"	"	"	"	112 52
N 2	14	Kakioka	11 28.1	13 45.6	32	111 05
N 1	15	Matusiro	138 12 23.6	32 22.4	383	243 21
H 1	16	Shot point (Hokota)	140 33 39.6	36 08 19.8	41	N 101° 00' E 13° 00' E
"	17	Tomoegawa	29 00.1	09 20.8	17	N 74 57 W
"	18	Tamari	20 14.3	09 34.8	22	83 27
"	13''	Tukuba	06 39.9	12 38.6	286	78 51
"	19	Yuki	139 52 40.6	17 32.4	33	74 30
"	11''	Totigi	43 24.3	22 06.2	44	71 18
"	10''	Asikaga	30 12.5	19 00.5	36	78 16
"	7''	Ōgo	09 45.3	25 39.2	191	75 42
"	20	Sibukawa	138 59 38.5	29 31.7	261	74 26
"	21	Agatuma	48 55.2	33 51.6	508	73 13
"	22	Hanasiki	38 37.4	38 44.9	852	71 54
"	23	Yamanouti	24 17.2	45 16.8	478	70 32
"	15''	Matusiro	12 23.6	32 22.4	383	78 07
"	24	Sekiyama	16 47.6	54 55.2	458	67 08
"	25	Ōmati	137 49 50.6	33 45.4	861	79 08

Survey

- 1) N 1....the first Nozori explosion  
N 2....the second Nozori explosion  
H 1....the first Hokota explosion
- 2) Azimuth of observation points measured clockwise from the north

$\Delta$	Electro-magnetic	
	Seismometer <sup>3)</sup>	Observers
0.00	3 V 5	Murauchi, Asanuma
0~0.8	3 V 4	Murauchi, Asanuma, Honda, Omote, Matuzawa, Suyehiro
16.573	P-11	Yamazaki, Saito, Daikubara
17.206	3 V 3	Kobayashi (K), Saito
18.224	2 V 1, 2 H 2	Mikumo, Ōtuka, Tanaka
24.049	3 V 1	Shima, Sibano
30.185	3 V 2	Shima, Sibano, Yanagisawa
35.392	3 V 3, 3 H 2	Suzuki, Mine
56.426	3 V 2	Suyehiro, Ogawa, Usami
65.753	3 V 2	Ogawa, Usami
73.287	3 V 2	Asano, Yanagisawa
88.86	3 V 2	Kasahara, Kobayashi (K), Komaki
103.34	N.D.-3 V 1, 3 V 2, 3 H 2	Matsumoto (T), Karakama
107.37	N.D.-3 V 1, 3 V 1	" "
142.99	N.D.-3 V 1, 3 V 2	Santō, Shimazu, Tazima
"	1 H 1, N.D.-3 V 1	Asada, Tazime, Akamatu
149.56	N.D.-3 V 1, 3 V 1	Hori, Matsumoto (E)
43.53	1 H 1, 3 V 1	Utsu, Hisamoto
0~1.24	7 V 3 (E.T.L.), 7 V 3	Matuzawa, Tazime, Kaneko, Kawashima, Ōtaki, Hirasawa, Asanuma, Okamura
7.24	3 V 1, 15 V 2, 2 H 2	Okano, Kamo
20.26	2 V 1, 2 H 2, Strain meter	Mikumo, Ōtsuka
41.26	1 H 1, 3 V 2	Akamatu, Karakama
63.73	3 V 1, 3 H 2	Tamaki, Kitamura
79.46	7 V 12 (E.T.L.)	Noritomi, Ueda, Shibata
97.10	3 V 2, 2 H 1	Wada, Muramatsu
129.64	N.D.-3 V 1, 3 V 1	Takagi, Nakamura
146.06	N.D.-3 V 1, 3 V 1	Utsu, Usami
163.63	N.D.-3 V 1, 3 H 1	Suzuki, Mine
180.91	N.D.-3 V 1, 3 V 1	Den, Tsunekawa
205.01	N.D.-3 V 1, 3 V 1	Asano, Yanagisawa
215.94	N.D.-3 V 1	Suyehiro
221.72	N.D.-3 V 1	Shima, Sibano
249.60	3cps P-P type V, N.D.-3 V	Asada, Kobayashi (T), Takeuchi
Okada		

3) For example, 3V5 means that five vertical pick-ups with natural frequency 3 c/s were used.

N.D. means pick-up with high sensitivity (5 volt/kine).

振動数 3 c/s の pick-up ——増巾器——電磁オシログラフから成つている。得られた記録は良好なものが多く、初動の時刻精度は1/20 sec 以上である。

Table 3. Arrival time of tremors at three explosions.

Name of Expl.	Ref. No.	Observation points	$\Delta$	P 0.5 m +	P.U. Number	P-shot	P- $\Delta$ /6-shot
N 1	1	Nozori	96.5 m		P.U. 1	0.036sec	
			506.2		2	0.178	
			770.6		3	0.299	
N 2	1'	"				0.00	0.00
N 1	2	Sima					
N 2	2'	"	17.206 km	3.43sec		3.14	0.27sec
N 1	3	Sawatariguti	18.224	4.20		3.33	0.29
N 2	4	Nakanojo	24.049	4.80		4.51	0.50
N 1	5	Takayama	30.185	6.65		5.78	0.75
N 2	6	Ikaho	35.392	6.79	P. U. A	6.50	0.60
N 1	7	Ōgo	56.426	11.17		10.30	0.90
N 2	8	Ōmama	65.753	11.73		11.44	0.48
N 2	9	Kiryu	73.287	12.94		12.65	0.44
N 1	10	Asikaga	88.86	16.18		15.31	0.49
N 1	11	Totigi	103.34	18.58		17.31	0.49
N 2	12	Ōya	107.373	18.81		18.52	0.62
N 1	13	Tukuba	142.99	24.60		23.73	-0.10
N 2	13'	"	"				
N 2	14	Kakioka	149.559	25.13		24.84	-0.09
N 1	15	Matusiro	43.53	8.785		7.92	0.665
H 1	16	Hokota	0.0	0.20		0.00	0.00
"	17	Tomoegawa	7.24	2.51		2.30	1.10
"	18	Tamari	20.26	4.78		4.57	1.19
"	13''	Tukuba	41.26	8.08		7.87	0.99
"	19	Yūki	63.73	12.61		12.40	1.78
"	11''	Totigi	79.46	14.57		14.36	1.13
"	10''	Asikaga	97.10	16.97		16.76	0.58
"	7''	Ōgo	129.64	22.43		22.22	0.62
"	20	Sibukawa	146.06	25.00		24.80	0.46
"	21	Agatuma	163.63	27.23		27.00	-0.27
"	22	Hanasiki	180.91	28.86		28.65	-1.50
"	23	Yamanouti	205.01	31.8		31.60	-2.57
"	15''	Matusiro	215.94	34.12		33.91	-2.08
"	24	Sekiyama	221.72				
"	25	Ōmati	249.60	38.68		38.47	-3.13

Shot time N1: 1954, Nov. 14 th, 01 h 05 m 00.865 sec

N2: 1955, Aug. 16 th, 01 h 05 m 00.291 sec

H1: 1956, Dec. 5 th, 01 h 05 m 00.208 sec

### § 3. よみとり, 走時表, 走時図

上記3回の爆破について, それぞれ整理委員\*が数人えらばれ, その各人が独立に読み取りを行い, それを比較して妥当な値を採用した. Table 3 には初動のよみとり値, 震央距離, P-shot time,  $P-\frac{4}{6}$ -shot time を示してある. また, 走時図は Fig. 3, Fig. 4 のとおりである. ここでは野反—鉾田の3爆破の縦波での走時が同一縦軸上にくるように図をかいてある.

Table 4 は第1回野反の爆破点近傍, Table 5 はその時, 大爆破とは別に行つた小爆破, Table 4 は第1回鉾田爆破における爆破点近傍の初動の観測値および  $\Delta$  でそれらを図示したのが Fig. 5, Fig. 6 である. その結果, 野反附近では  $P$  波の速さ約 2.5 km/sec, 鉾田附近では約 1.8 km/sec の表層があると考えられる. しかし走時が折れ曲がる距離以遠の観測点の分布が疎であつたために, 表層の厚さを精密にきめることは今回はできなかった.

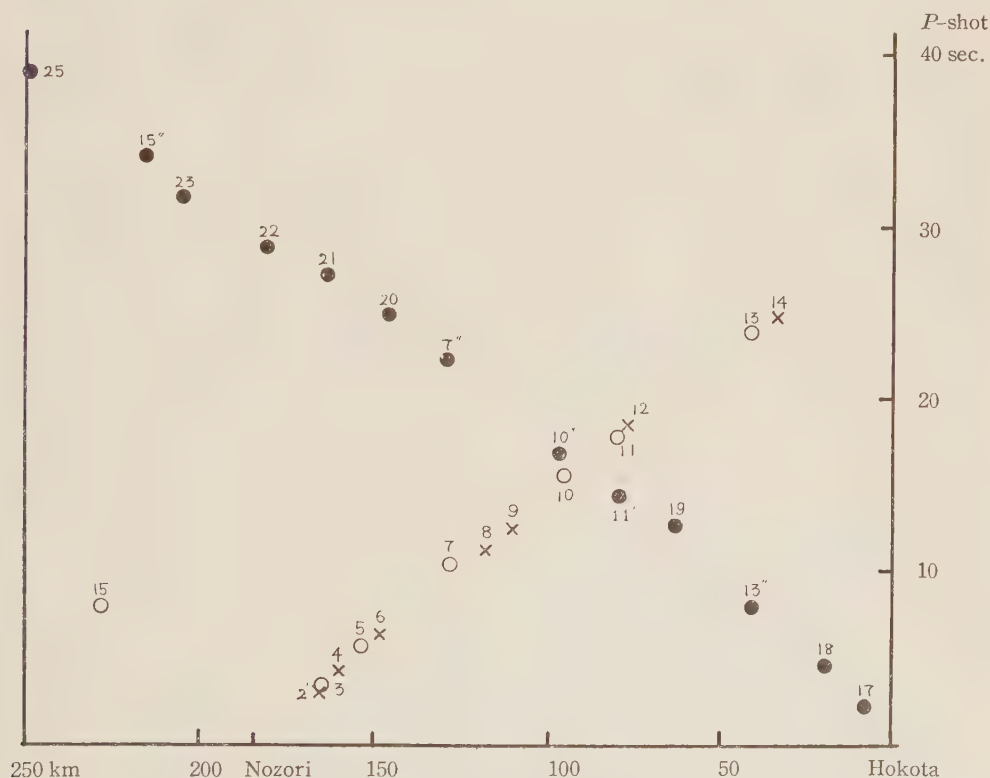


Fig. 3. Travel time of the Nozori and Hokota explosions.

○: the first Nozori explosion      ×: the second Nozori explosion  
●: the first Hokota explosion

\* 第1回野反 浅田, 小牧  
第2回 " 宇佐美, 浅田, 松本(利)  
第3回鉾田 浅田, 浅野, 島(悦), 三雲, 玉城, 宇佐美, 松沢

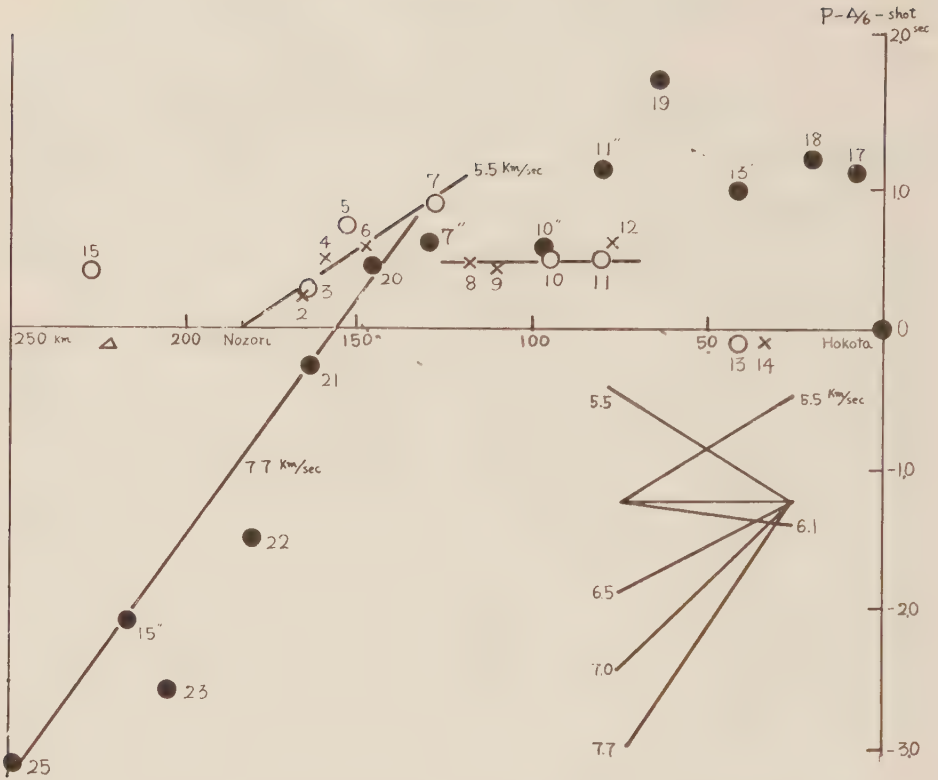


Fig. 4. Travel time of the Nozori and Hokota explosions.

○: the first Nozori explosion      ×: the second Nozori explosion  
●: the first Hokota explosion

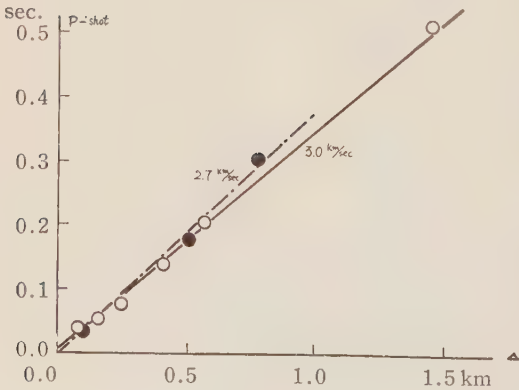


Fig. 5.

●---: Travel time of near-by stations for the first Nozori explosion.  
○—: Travel time of a small explosion fired several days before the first Nozori explosion.

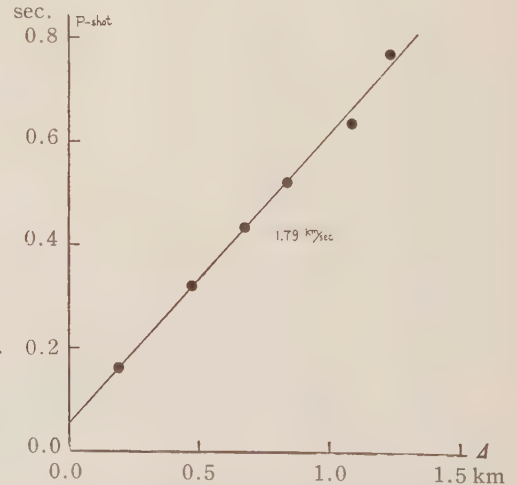


Fig. 6. Travel time of near-by stations for the first Hokota explosion.

Table 4. Arrival time of tremors at stations near the shot point at the first Nozori explosion.

	P 01h05m+	P-shot time	$\Delta$
Shot-point	00.865 <sup>s</sup>		
Pick-up 1	.901	00.036 <sup>s</sup>	96.5 <sup>m</sup>
" 2	01.044	.178	506.2
" 3	.165	.299	770.6

Table 5\*. Arrival time of tremors at stations near Nozori Lake by a small explosion.

Observation point	P-shot time	$\Delta$
Shot point	0.000 <sup>s</sup>	0.0 <sup>m</sup>
1	.039	76.7
2	.056	155.2
3	.077	248.6
4	.138	403.9
5	.202	570.0
6	.512	1454.4

\* By the method of least squares, we get  
 $t=0.000337 \Delta(\text{m})\text{sec.}+0.00448 \text{ sec.}$   
 $V_p=3.00 \text{ km/sec.}$

Table 6\*\*. Arrival time of tremors at stations near the shot point at the first Hokota explosion.

Observation point	P	P-shot time	$\Delta$
Shot point	0.205 <sup>sec</sup>		0 <sup>m</sup>
1			0
2	0.365	0.160 <sup>sec</sup>	188
3	.523	.318	471
4	.637	.432	676
5	.724	.519	840
6	.839	.634	1090
7	.972	.767	1240

\*\* By the method of least squares, we get

$$t = 0.258 + \frac{\Delta}{1.79}.$$

## 第 II 章 関東北部の地下構造

### § 4. 地下構造のモデル

第 I 章の資料から関東北部のほぼ野反—鉾田を結ぶ線に沿う地下構造の断面を求めることができる。しかし、われわれの観測は十分に

密でないから、その断面を unique に求めることはできないが、許される範囲内でいくつかの異つたモデルを求めることができる。いいかえれば地下構造を決定するいろいろな要素—— $P$ 波速度、境界面の深さ、傾斜など——の存在範囲が求められる。

さて、爆破観測の資料から地下構造を求めるのに 2 つの方法が考えられる。1 つは、平均的なモデルを先ず求め、それを観測値に合うように少しずつ近似をすすめながら intercept time とか、ある特定点の走時、later phase などから地下構造決定の各要素の存在範囲をきめる方法でこれは東北地方の総合整理に使われた<sup>1)</sup>。他の 1 つの方法は、はじめから、地下構造決定の各要素をいろいろに仮定し、これを観測に合うように少しずつ近似をすすめて、どのくらい観測値を説明できるか、ためす方法で以下に述べるのが、これに属する。

今回は、整理委員の 1 人、または 2 人が 1 組となつて計 5 つのモデルを求め、観測した走時  $O$  と、モデルから計算した走時  $C$  との差  $O-C$  を比較した。モデルを求めるに当つては主として  $P$  波の走時をつかい  $S$  および later phase の走時は参考するにとどめた。モデルは 1/100 万ないし 1/200 万の断面図を作り  $O-C$  を少くするように trial and error の方法で近似を進めた。また  $O-C$  もこの図から図式で求めた。以下順に各モデルを説明する。

モデル I) 走時曲線として Fig. 4 の野反東方の 5.5 km/sec, 鉾田遠方の 7.7 km/sec,

野反遠方の 6.0~6.1 km/sec だけを考え、他では  $O-C$  が零にならないようにした。上から  $P$  波の速度 5.5 km/sec, 6.1 km/sec, 7.7 km/sec の三層から成る水平構造を仮定し、各層の境界面は水平とした。上から第 I, II, III 層とよぶ、野反爆破における 5.5 km/sec と 6.0 km/sec の走時曲線の critical distance から I, II 層の境界面の深さを 6 km, 鉾田の 6.1 km/sec と 7.7 km/sec の critical distance から II, III 層の境界面の深さを 25 km と算出した。このとき生ずる筑波（鉾田爆破）での  $O-C=0.37^s$  は鉾田附近の weathered layer の影響によるものと考え、筑波では surface geology から考えられるように第 II 層が地上に露出しているとする。また結城以東には速さ 1.8 km/sec (cf. Table 6) の weathered layer があるとすれば、鉾田爆破での  $O-C=0$  とすることができる。こうして求められる weathered layer の厚さは無理のない値であると考えられる。また、野反には 2.7 km/sec (cf. Table 4) の層が走時にして 0.1 sec に当る厚さだけあるとする。これは東方諸点に共通にあられる平均の残差を消すためである。野反以西では野反—松代—大町の線と鉾田—野反—山ノ内の線では断面が異つている。結果は Table 7, Fig. 7 の通りでただ 1 つの観測点での later phase を除いてはよく走時を説明できる。

モデル II) 第 I, II 層はモデル I と同じとし、第 III 層の速さを 8.1 km/sec とし走時がどのくらい説明できるかためてみた。結果は Table 7, Fig. 7 の通りで、第 III 層は鉾田から西にわたつて測線の南では 7.7 km/sec, 北では 8.1 km/sec でなければならなくなる。

モデル III) モデル II と同じ仮定をおく、ただし第 II, III 層の境界の深さは 27 km とする。結果は Table 7, Fig. 7 の通りで吾妻以西では、第 II, III 層の境界は dip  $6.5^\circ$  で西下りになっている。このモデルでは花敷・大町の  $O-C$  が大きすぎることが欠点である。

モデル IV)  $P$  波の速度 2.7 km/sec, 6.0 km/sec, 7.5 km/sec\* の 3 層を仮定し 2.7 km/sec の層は地表近くではどこにもあるとする。また、その厚さは野反で 0.1 km とする。 $O-C$  は図式によらず delay time によつた。結果は Fig. 7, Table 7 の通りで大胡、足利では鉾田爆破と野反爆破とで 2.7 km/sec 層の厚さが異なるとしないうまく説明できない。7.5 km/sec 層までの深さは玉里附近で 20.1 km, 松代では (2.7 km/sec 層がないとすると) 21.9 km となる。また鉾田における 2.7 km/sec 層の厚さは 1.8 km より厚くはならない。

モデル V) 野反、鉾田両爆破を観測した観測点では両爆破における  $O-C$  の値がなるべく同じになるように走時図に線をひいた。また、東北地方で得られた  $P$  波の速度 5.8 km/sec, 6.2 km/sec の 2 層<sup>2)</sup>の存在を仮定する。こうして近似をすすめ結局 Table 7, Fig. 7 のような結果が得られた。Table 7 より判る如く、野反爆破の筑波、柿岡の  $O-C$  が 1 秒近くにも

\* Moho 面下の  $P$  波速度として自然地震の観測から得られた値を採用してみた。

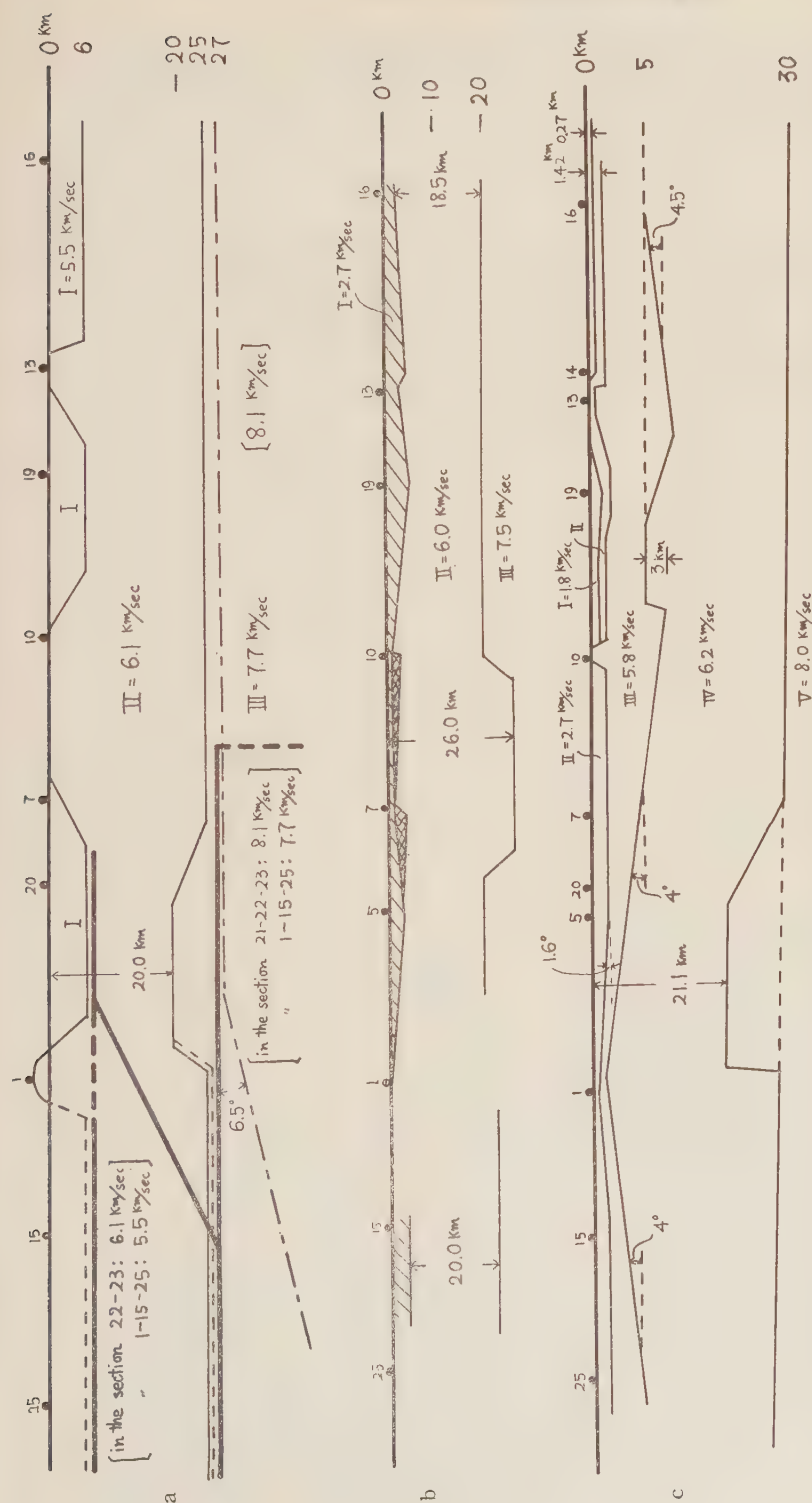


Fig. 7. Crustal structure in the section along the line connecting Nozori and Hokota shot point. In drawing the section the Tukuba station is chosen as the common basis for all explosions.

7a, model I. —: boundaries of layers in the section 16-1-23

-----: boundaries of layers in the section 1-15(15'')-25

[ ], —: model II, —: model III, —: model IV, —: model V. Upheaval of layer V between station 5 and 1 is out of question in the section 5-15-25.

7b, model I. —: boundaries of layers in the section 16-1-23

-----: boundaries of layers in the section 1-15(15'')-25

[ ], —: model II, —: model III, —: model IV, —: model V. Upheaval of layer V between station 5 and 1 is out of question in the section 5-15-25.

7c, model I. —: boundaries of layers in the section 16-1-23

-----: boundaries of layers in the section 1-15(15'')-25

[ ], —: model II, —: model III, —: model IV, —: model V. Upheaval of layer V between station 5 and 1 is out of question in the section 5-15-25.

Table 7.  $T_0 - T_c$  (unit in sec)

Name of Expl.	Ref. No.	Observation points	I	II	III	IV	V	
			<sup>*</sup> sec 0.1			<sup>***</sup> km	<sup>****</sup>	
N1,N2	1, 1'	Nozori					H <sub>II</sub> =0.15, H <sub>III</sub> =2.8	
N 2	2'	Sima	-0.03 (I,II)	Same as I	Same as I	0.01 0.6	-0.10 (II,III)	
N 1	3	Sawatariguti	-0.02( " )			-0.01 0.7	-0.11( " )	
N 2	4	Nakanojō	0.10( " )			0.00 1.3	0.02( " )	
N 1	5	Takayama	0.23( " )			-0.01 2.1	0.14( " )	
N 2	6	Ikaho	0.02( " )			0.01 1.6	{ 0.03 (II,III,IV) H <sub>II</sub> =1.2	
N 1	7	Ōgo	0.07( " )			{ 0.77×0.3 0.01 2.6	0.41( " )	
N 2	8	Ōmama	0.03( II )			{ 0.38 0.3 0.02 1.2	0.02( " )	
N 2	9	Kiryu	0.05( " )			{ 0.34 0.3 0.04 1.1	-0.03( " )	
N 1	10	Asikaga	0.23 (I, II)			{ 0.40 0.2 0.00 1.4	0.36( " )	
N 1	11	Totigi	0.00( " )			0.07 1.6	-0.08( " )	
N 2	12	Ōya	0.05( " )			0.03 1.7	0.07( " )	
N 1	13	Tukuba	-0.11 (II,III)	0.01 (II,III)	0.02 1.4	0.97 (II,III,IV,V)		
N 2	14	Kakioka	0.17 (I,II,III)	0.20 (I,II,III)	-0.01 2.9	0.99 (I,II,III,IV,V)		
N 1	15	Matusiro	-0.02 (I, II)		1.9	{ 0.09 (II,III,IV) H <sub>II</sub> =1.2, H <sub>III</sub> =4.3		
H 1	16	Hokota	0.37	Same as I	Same as I	1.6	H <sub>I</sub> =0.27, H <sub>II</sub> =1.42 H <sub>III</sub> =5.0	
"	17	Tomoegawa	0.00( I ) 0.61			0.01 1.7	-0.02 (I,II,III)	
"	18	Tamari	0.00( " ) 0.41			0.01 2.3	0.00( " )	
"	13''	Tukuba	0.00 (I, II)			0.01 1.4	{ H <sub>I</sub> =0, H <sub>II</sub> =0.6 H <sub>III</sub> =8.5 0.00( " )	
"	19	Yūki	0.00 (I, II) 0.76			0.01 3.8	{ H <sub>I</sub> =0.8, H <sub>II</sub> =2.0 H <sub>III</sub> =6.0 0.00( " )	
"	11''	Totigi	-0.05( " )			0.07 1.6	-0.09 (I,II,III,IV)	
"	10''	Asikaga	-0.15( " )			0.00 0.2	-0.09( " )	
"	7''	Ōgo	-0.09( " )			-0.01 0.3	-0.21( " )	
"	20	Sibukawa	0.07 (I,II,III)			-0.01 (I,II,III)	-0.02 1.3	0.09 (I,II,III,IV,V)
"	21	Agatsuma	0.06( " )			-0.04( " )	-0.02 1.3	{ H <sub>II</sub> =0.8 -0.15( " )
"	22	Hanasiki	-0.08( " )			-0.04 -0.78( " )	0.01 0.2	{ H <sub>III</sub> =1.9 -0.04( " )
"	23	Yamanouti	-0.20( " )	-0.01 0.14( " )	-0.18 0	{ H <sub>II</sub> =0.6 -0.00( " )		
"	15''	Matusiro	0.03( " )	-0.12 0.00( " )	-0.02 1.9	-0.02( " )		
"	25	Ōmati	0.05( " )	0.38 0.39( " )	-0.03 1.9	{ H <sub>II</sub> =2.2, H <sub>III</sub> =7.2 0.02( " )		

Velocity of P wave (unit in km/sec)	I = 5.5	I = 5.5	I = 5.5	I = 2.7	I = 1.8
	II = 6.1	II = 6.1	II = 6.1	II = 6.0	II = 2.7
	III = 7.7	III = 8.1	III = 8.1	III = 7.5	III = 5.8
					IV = 6.2 V = 8.0

I, II etc. in the first row denote the model adopted.

(I, II, etc.) denote layers through which the first wave at each observation point passed.

\* assumed common residue to the weathered layer at Nozori.

\*\* later phase which passed through the layer with  $V_p=8.1$  km/sec.

\*\*\* thickness of the layer having the velocity of P wave 2.7 km/sec.

\*\*\*\* depth of the lower boundary of the layer denoted by I, II, .... (unit in km)

※ upper: O-C calculated from Hokota explosion

lower: " Nozori explosions.

なり, うまくない.

以上の各モデルはいずれも一長一短があるが, ここでは構造の簡単でしかも O-C の値が平均して小さいモデル I を採用したい.

以上, 種々可能なモデルが考えられるが, そのいずれのモデルにせよ, 最下層の P 波の速さを 7.5~8.1 km/sec の間でかえ, 地殻内の成層状態をいろいろに変えても最下層までの深さは 20~30 km の間にあると言つてよいと思う. これは Mohorovičić 不連続面と考えられる. 従来この附近の Moho 不連続面の深さは約 50 km と求められていたのは約半分に修正されなければならない<sup>3)</sup>. また筑波附近には深さ 30 km 未満の地震はほとんどないことは地震観測者には周知の事実である. つまり, この附近では, 地震は Mantle の上部におきているといえそうである.

なお, この観測のために, 東京電力株式会社, 中部電力株式会社, 西松組, 日本放送協会, 茨城県庁, 関係各県の警察本部, 鉄道管理局, 各観測点の警察, 役場その他官民各位から, いろいろの御援助をいただいたことを心から感謝します. また第 1 回野反爆破は地震研究所特殊研究費, 第 2 回野反爆破と第 1 回鉾田爆破は地震研究所特別事業費から大部分の費用を出していただき那須所長, 岸上冬彦, 河角広, 萩原尊礼各教授及び地震研究所事務部にいろいろ御協力いただいた事を記して感謝致します.

## 文 献

- 1), 2) Research Group for Explosion Seismology: Crustal structure in north-east Japan by explosion seismic observations, Publications du Bureau Central Séismologique International. Série A, Travaux Scientifiques Fascicule 19 (Mémoires présentés à l'Assemblée de Rome, 1954).

爆破地震動研究グループ (1954): 爆破地震動観測による東北地方南部の地下構造; 爆破地震動研究グループ会報, 第 10 号.

- 3) T. Matuzawa (1929): Observation of some of Recent Earthquakes and their Time-Distance Curves, Part I; B.E.R.I., Vol. 5, pp. 1~28.

玉城逸夫 (1954): 浅発地震の走時より出された日本の表層構造, 地震, 第 2 輯, 7, p. 1.

———— (1955): " (続), " " , 7, 4, p. 226.

## 寄 書

成層構造に対する  
ray theory の適用 (1)

北大理地球物理 田 治 米 鏡 二

(昭和33年3月4日受理)

An Application of the Ray Theory to  
Stratified Layers (1)

Kyozi TAZIME

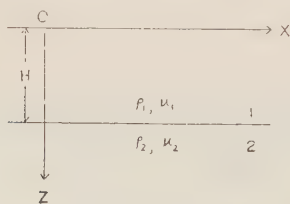
Department of Geophysics, Faculty of  
Science, Hokkaido University.

(Received March 4, 1958)

§ 1 分散性 RAYLEIGH 波の表現式は至つて複雑で、数値計算によつて分散曲線なり振巾なりを求めることも極めて面倒である。況んや今までの表現式によつて、分散性 RAYLEIGH 波の性質を一層理論的に推測することはできない。TOLSTOY等<sup>1)</sup>は ray theory により反射係数を使つて、分散性 RAYLEIGH 波の特性方程式を表わすことに成功した。尤も特性方程式を反射係数なる物理的に理解しやすい量の組合せで表現したに止まり、この利点を一層駆使するには至っていない。然しこの方法は分散波を物理的に理解するために有力であり、この方面の研究に一步前進できそうな見込がある。

ここでは単に特性方程式だけでなく、波の表現式そのものを先ず反射係数、屈折係数の組合せによつて求めることにした。

§ 2 先ず SH 波に ray theory を適用してみる。  
第2・1図の如き地下構造において、上層内及び下層



第 2・1 図

内の SH 波の変位を次の如く考える。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= A_1 e^{i\eta_1 z} + B_1 e^{-i\eta_1 z}, \\ \phi_2 &= B_2 e^{-i\eta_2 z} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

但し上式においては夫々  $\exp i(\omega t - \xi x)$  なる係数を省略してある。

(2.1) で与えられる平面波の  $z=H$  なる面における反射係数及び屈折係数は夫々次式によつて表現される。

$$\left. \begin{aligned} K &= (1 - \mu_2 \eta_2 / \mu_1 \eta_1) (1 + \mu_2 \eta_2 / \mu_1 \eta_1), \\ 1 + K &= 2 / (1 + \mu_2 \eta_2 / \mu_1 \eta_1). \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

今 line source を地表にあると仮定しても、所論の原理的な一般性を失わない。この場合に先ず上層内の変位のみを考えることにする。

震源から出て来た ray は先ず底面で1度反射し、振巾を  $K$  倍にされた後下方から上方へ向う。この ray は (2.1) の第1項に属する。

さてこの ray が更に上方へ進み、再び地表に達すると、発震時から数えて位相の遅れは丁度  $-2i\eta_1 H$  になる。更に底面での反射を繰返すと、今述べた情況が次々に繰返される。

この様にして上層内には下方から上方へ向う ray が無数に生じる。これらの ray を残らず集めたものが (2.1) の第1項に他ならない。

$$\therefore A_1 = \sum_n (K e^{-2i\eta_1 H})^n = \frac{K e^{-2i\eta_1 H}}{1 - K e^{-2i\eta_1 H}}. \quad (2.3)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots, \infty.$$

上方から下方へ向う ray は地表での反射の際には振巾の変化はない。故に振巾は (2.3) と同じである。即ち

$$B_1 = A_1 \quad (2.4)$$

故に震源から出てくる ray を

$$\phi_0 = e^{-i\eta_1 z} \quad (2.5)$$

とすれば

$$\phi_0 + \phi_1 = \frac{e^{-i\eta_1 z} + e^{i\eta_1 z} K e^{-2i\eta_1 H}}{1 - K e^{-2i\eta_1 H}}. \quad (2.6)$$

(2.6) はかつて別の方法によつて求めた式<sup>2)</sup>で  $2 \cos \eta_1 E$  の代りに1とおけば全く同じ式になる。尤も  $E=0$  においても2倍だけ違う様に見える。然し  $E=0$  の場合には震源から出てくる ray 自身が地表での反射の影響を受けて振巾が  $E \neq 0$  の時の2倍にならなければいけない。即ち (2.3)~(2.6) の振巾はかつて求めた式と対比させる時は2倍にして見なければならぬのである。

(2.3)~(2.6) の操作は (2.6) の積分表現式の分母を  $(K e^{-2i\eta_1 H})^n$  で展開する場合の逆操作に当つて

いる。

次に下層内の変位は  $[(1+B_1)e^{-i\eta_1 z}]_{z=H}$  に屈折係数を乗じ、底面からの位相の遅れ  $-i\eta_2(z-H)$  を考えれば次の如くなる。

$$\psi_2 = e^{-i\eta_2(z-H)} \frac{e^{-i\eta_1 H}}{1 - K e^{-2i\eta_1 H}} (1 + K). \quad (2.7)$$

(2.7) も上式の  $2 \cos \eta_1 H$  の代りに 1 とおけば以前求めた式と全く一致する。

§ 3 次の如き方法も考えられる。即ち先ず  $\psi_0$  なる ray が底面で反射すると  $\psi_{11}'$  なる ray を生じる。この新しい ray が更に底面で反射すると  $\psi_{12}'$  なる ray を生じ、以後これを繰返す。然るにこれらの ray の振幅と位相の遅れの間には次の如き関係が考えられる。

$$\left. \begin{aligned} \psi_{12}' &= \psi_{11}' K e^{-2i\eta_1 H} \\ \psi_{13}' &= \psi_{12}' K e^{-2i\eta_1 H} \\ &\dots\dots\dots \\ \psi_{1, (n+1)}' &= \psi_{1n}' K e^{-2i\eta_1 H} \end{aligned} \right\} \\ \therefore \sum_n \psi_{1n}' + \psi_{1, (n+1)}' - \psi_{11}' = \left( \sum_n \psi_{1n}' \right) \cdot K e^{-2i\eta_1 H}, \quad n=1, 2, 3 \dots \infty. \quad (3.1)$$

然るに  $n$  が大きくなれば

$$\psi_{1, (n+1)}' \ll \sum_n \psi_{1n}' \quad (3.2)$$

と考えられるので、(3.2) の左辺を右辺に対し無視することにより (3.1) は次の如くなる。

$$\sum_n \psi_{1n}' = \frac{\psi_{11}'}{1 - K e^{-2i\eta_1 H}}. \quad (3.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{然るに } \psi_{11}' &= [\psi_0]_{z=H} K e^{-i\eta_1(H-z)} \\ &= e^{i\eta_1 z} K e^{-2i\eta_1 H}, \\ A_1 e^{i\eta_1 z} &= \sum_n \psi_{1n}'. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

(3.4) を (3.3) に代入すれば

$$A_1 = \frac{K e^{-2i\eta_1 H}}{1 - K e^{-2i\eta_1 H}}. \quad (3.5)$$

(3.5) は (2.3) と全く同じである。

次に  $\psi_{11}'$ ,  $\psi_{12}' \dots$  が地表で反射すると  $\psi_{11}$ ,  $\psi_{12} \dots$  となる。

$$\left. \begin{aligned} \psi_{11} &= \psi_{11}' e^{-2i\eta_1 z} \\ \psi_{12} &= \psi_{12}' e^{-2i\eta_1 z} \\ &\dots\dots\dots \\ \psi_{1n} &= \psi_{1n}' e^{-2i\eta_1 z} \end{aligned} \right\} \\ \therefore \sum_n \psi_{1n} = \left( \sum_n \psi_{1n}' \right) e^{-2i\eta_1 z}, \quad (3.6)$$

$$\text{然るに } B_1 e^{-i\eta_1 z} = \sum_n \psi_{1n} \quad (3.7)$$

(3.3), (3.4), (3.6) を (3.7) に代入すれば

$$B_1 = \frac{K e^{-2i\eta_1 H}}{1 - K e^{-2i\eta_1 H}}.$$

$$\therefore \psi_0 + \psi_1 = \frac{e^{-i\eta_1 z} + e^{i\eta_1 z} K e^{-2i\eta_1 H}}{1 - K e^{-2i\eta_1 H}}. \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \text{更に } \psi_2 &= [\psi_0 + \psi_1]_{z=H} e^{-i\eta_2(z-H)} \\ &= e^{-i\eta_2(z-H)} \frac{e^{-i\eta_1 H} + e^{i\eta_1 H} K e^{-2i\eta_1 H}}{1 - K e^{-2i\eta_1 H}}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

(3.8) 及び (3.9) は夫々 (2.6) 及び (2.7) と全く同じである。

### 参 照 文 献

- 1) TOLSTOY and EUGENE: Geophysics 18 (1953) 844.
- 2) TAZIME, K.: Journ. Phys. Earth 5(1957) 43.

## 成層構造に対する ray theory の適用 (2)

北大理地球物理 田 治 米 鏡 二

(昭和 33 年 3 月 4 日受理)

An Application of the Ray Theory to  
Stratified Layers (2)

Kyozi TAZIME

Department of Geophysics, Faculty of  
Science, Hokkaido University.

(Received March 4, 1958)

§ 4 P 波及び SV 波の上層内及び下層内における変位 potential を (4.1), (4.2) の如くおく。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= A_1 e^{i\alpha_1 z} + B_1 e^{-i\alpha_1 z}, \\ \phi_1 &= C_1 e^{i\beta_1 z} + D_1 e^{-i\beta_1 z}, \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_2 &= B_2 e^{-i\alpha_2 z}, \\ \phi_2 &= D_2 e^{-i\beta_2 z}, \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

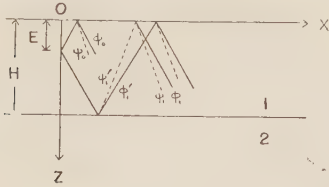
但し上式においては夫々  $\exp i(\omega t - \xi x)$  なる係数を省略している。また震源から出て来る直接波は含まれていないものとする。

次に (4.1) で与えられる平面波の地表及び底面における反射係数を PP, PS, SP, SS の順で夫々次

の如く記号する。

$$(A, B, C, D) \text{ 及び } (A', B', C', D') \quad (4.3)$$

ここで第 4.1 図の如く、E 点に P 波の line source を考えると、この震源から出て来る下向きの波は先ず底面で 1 度反射し、P 波と S 波とに分れ



第 4・1 図

る。これらの波を  $P_1'$  波及び  $S_1'$  波と呼ぶことにする。' のついている波は下方から上方へ向う波で、(4.1) の第 1 項に当たっている。  $P_1'$  波、  $S_1'$  波は更に地表及び底面で反射すると、反射の度毎に ray の数は 2 倍ずつになつて、  $P'$  波及び  $S'$  波の ray の数は夫々  $2 \times 2$  となる。但し  $P'$  波の ray は何れも  $\exp i\alpha_1 z$  に比例し、  $S'$  波の ray は何れも  $\exp i\beta_1 z$  に比例している。故にこれらの ray を夫々 1 まとめにして、夫々  $P_2'$  波及び  $S_2'$  波と呼ぶことにする。

反射係数と位相の遅れとを考慮に入れて、 ( $P_2'$ ,  $S_2'$ ) と ( $P_1'$ ,  $S_1'$ ) との関係を求めると次の如くなる。

$$\begin{aligned} P_2' &= P_1' \{ AA' e^{-2i\alpha_1 H} + BC' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} \} \\ &\quad + S_1' e^{i(\alpha_1 - \beta_1)z} \{ DC' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} \\ &\quad + AC' e^{-2i\alpha_1 H} \}, \\ S_2' &= P_1' e^{-i(\alpha_1 - \beta_1)z} \{ AB' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} \\ &\quad + BD' e^{-2i\beta_1 H} \} + S_1' \{ DD' e^{-2i\beta_1 H} \\ &\quad + CB' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} \}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} a &= AA' e^{-2i\alpha_1 H} + BC' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} \\ b &= DC' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} + CA' e^{-2i\alpha_1 H} \\ c &= AB' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} + BD' e^{-2i\beta_1 H} \\ d &= DD' e^{-2i\beta_1 H} + CB' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

とおくと、(4.4) は一般に次の如く書ける。

$$\left. \begin{aligned} P_2' e^{-i\alpha_1 z} &= a P_1' e^{-i\alpha_1 z} + b S_1' e^{-i\beta_1 z} \\ P_3' e^{-i\alpha_1 z} &= a P_2' e^{-i\alpha_1 z} + b S_2' e^{-i\beta_1 z} \\ &\dots\dots\dots \\ P_{n+1}' e^{-i\alpha_1 z} &= a P_n' e^{-i\alpha_1 z} \\ &\quad + b S_n' e^{-i\beta_1 z} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\Sigma_n P_n' + P_{n+1}' - P_1') e^{-i\alpha_1 z} &= a \Sigma_n P_n' e^{-i\alpha_1 z} \\ &\quad + b \Sigma_n S_n' e^{-i\beta_1 z}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \infty. \end{aligned} \quad (4.6)$$

然るに  $n$  が大きくなれば、次の如く考えることが出来る。

$$P_{n+1}' \ll \Sigma_n P_n' - P_1'$$

故にこの不等式の左辺を右辺に対し無視することによれば、(4.6) は次の如くなる。

$$\begin{aligned} (a-1) (\Sigma_n P_n') e^{-i\alpha_1 z} + b (\Sigma_n S_n') e^{-i\beta_1 z} \\ = -P_1' e^{-i\alpha_1 z}. \end{aligned}$$

同様にして、

$$c (\Sigma_n P_n') e^{-i\alpha_1 z} + (d-1) (\Sigma_n S_n') e^{-i\beta_1 z} = -S_1' e^{-i\beta_1 z}.$$

これらの方程式を連立させて解けば、

$$\left. \begin{aligned} (\Sigma_n P_n') e^{-i\alpha_1 z} &= \frac{b S_1' e^{-i\beta_1 z} - (d-1) P_1' e^{-i\alpha_1 z}}{(a-1)(d-1) - bc} \\ (\Sigma_n S_n') e^{-i\beta_1 z} &= \frac{c P_1' e^{-i\alpha_1 z} - (a-1) S_1' e^{-i\beta_1 z}}{(a-1)(d-1) - bc} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

然るに line source から下向きに出て来る P 波の ray を

$$\exp\{-i\alpha_1(z-E)\} \quad (4.8)$$

とすれば、

$$\begin{aligned} P_1' &= e^{-i\alpha_1(H-E)} A' e^{-i\alpha_1(H-z)}, \quad S_1' = e^{-i\alpha_1(H-E)} \\ &\quad \cdot B' e^{-i\beta_1(H-z)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore P_1' e^{-i\alpha_1 z} &= A' e^{i\alpha_1 H} e^{-2i\alpha_1 H}, \quad S_1' e^{-i\beta_1 z} \\ &= B' e^{i\alpha_1 H} e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

一方 line source から上向きに出て来る P 波の ray を

$$\exp\{i\alpha_1(z-E)\} \quad (4.10)$$

とすれば、

$$\begin{aligned} P_1' e^{-i\alpha_1 z} &= a e^{-i\alpha_1 H}, \quad S_1' e^{-i\beta_1 z} \\ &= c e^{-i\alpha_1 H}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

line source からは (4.8) 及び (4.10) が共に出ているので、(4.9) と (4.11) を加えたものが実際の  $P_1'$  及び  $S_1'$  となる。故に

$$\left. \begin{aligned} P_1' e^{-i\alpha_1 z} &= A' e^{-2i\alpha_1 H} e^{i\alpha_1 H} + a e^{-i\alpha_1 H} \\ S_1' e^{-i\beta_1 z} &= B' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} e^{i\alpha_1 H} + c e^{-i\alpha_1 H} \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

(4.7) に (4.12) を代入すれば次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} (\Sigma_n P_n') e^{-i\alpha_1 z} &= \left[ \{ b B' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} \right. \\ &\quad \left. - (d-1) A' e^{-2i\alpha_1 H} \} e^{i\alpha_1 H} \right. \\ &\quad \left. + (bc - ad + a) e^{-i\alpha_1 H} \right] / M, \\ (\Sigma_n S_n') e^{-i\beta_1 z} &= \left[ \{ c A' e^{-2i\alpha_1 H} - (a-1) \right. \\ &\quad \left. \cdot B' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} \} e^{i\alpha_1 H} + c e^{-i\alpha_1 H} \right] / M. \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

$$\text{但し } M = (a-1)(d-1) - bc. \quad (4.14)$$

(4.13) の  $(\sum_n P_n')$  及び  $(\sum_n S_n')$  は夫々 (4.1) の第1項である。即ち (4.13) は夫々 (4.1) の  $A_1$  及び  $C_1$  である。

次に上層内で上方から下方へ向う ray は、既に求めた上方へ向う ray に対し、地表における反射を考慮するだけでよい。即ちこれらの波を  $(P_1, S_1)$ ,  $(P_2, S_2)$ , ... と呼ぶことにすれば

$$P_0 = e^{-i\alpha_1 H} A e^{-i\alpha_1 z}$$

$$P_1 = P_1' A e^{-2i\alpha_1 z} + S_1' C e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)z}$$

$$P_2 = P_2' A e^{-2i\alpha_1 z} + S_2' C e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)z}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$P_n = P_n' A e^{-2i\alpha_1 z} + S_n' C e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)z}.$$

$$\therefore \{(\sum_n P_n) + P_0\} e^{i\alpha_1 z} = A \{e^{-i\alpha_1 H} + (\sum_n P_n') e^{-i\alpha_1 z}\} + C \{(\sum_n S_n') e^{-i\beta_1 z}\}.$$

同様にして

$$\{(\sum_n S_n) + S_0\} e^{i\beta_1 z} = B \{e^{-i\alpha_1 H} + (\sum_n P_n') e^{-i\alpha_1 z}\} + D \{(\sum_n S_n') e^{-i\beta_1 z}\}.$$

これらの式の右辺に (4.13) を代入すると。

$$\left. \begin{aligned} \{(\sum_n P_n) + P_0\} e^{i\alpha_1 z} &= \{[bAB' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} \\ &\quad - (d-1)AA' e^{-2i\alpha_1 H} + cCA' e^{-2i\alpha_1 H} \\ &\quad - (a-1)CB' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H}] e^{i\alpha_1 H} \\ &\quad + [cC - (d-1)A] e^{-i\alpha_1 H}\} / M, \\ \{(\sum_n S_n) + S_0\} e^{i\beta_1 z} &= \{[bBB' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H} \\ &\quad - (d-1)BA' e^{-2i\alpha_1 H} + cDA' e^{-2i\alpha_1 H} \\ &\quad - (a-1)DB' e^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H}] e^{i\alpha_1 H} \\ &\quad + [cD - (d-1)B] e^{-i\alpha_1 H}\} / M. \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

(4.15) の左辺は夫々 (4.1) の  $B_1$  及び  $D_1$  である。(4.2) は  $(e^{i\alpha_1 H} + B_1) e^{-i\alpha_1 H}$  及び  $D_1 e^{-i\beta_1 H}$  なる ray に対し底面における屈折係数を乗じ、位相の遅れ  $\exp\{-i\alpha_2(z-H)\}$  又は  $\exp\{-i\beta_2(z-H)\}$  を考慮すれば、再び上と同じ様な操作で求めることができる。或いは  $z=H$  面で上下両層内の変位が連続である条件において、 $A_1, B_1, C_1, D_1$  を既知量として解けば、 $B_2$  及び  $D_2$  を反射係数のみで表現することもできる。

## 成層構造に対する ray theory の適用 (3)

北大理地球物理 田 治 米 鏡 二

(昭和33年3月4日受理)

An Application of the Ray Theory to  
Stratified Layers (3)

Kyozi TAZIME

Department of Geophysics, Faculty of Science,  
Hokkaido University.

(Received March 4, 1958)

§ 5 SOMMERFERD の radiation condition<sup>1)</sup> は解析的にやや難解の感がある。然も波動方程式を扱う場合には、この条件の助けを借りなければ実際の解を得ることができない。故にこの条件を ray theory によつて、単純に理解することを試みた。

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 \psi \quad (5.1)$$

なる波動方程式の特解を次の如き平面波と考えることができる。

$$\psi \propto e^{i\omega t} e^{i\xi x} e^{\pm i\eta z}, \quad (5.2)$$

$$\text{但し } \xi^2 + \eta^2 = (\omega/v)^2. \quad (5.3)$$

$\omega$  及び  $\xi$  或いは  $\eta$  は数学的には (5.1) を解く際の単なる変数分離の任意定数であつて、一般には何れも複素数である。

さて (5.2) 正負の符号の組合せの方は8通りある。但しこれらの中のどれか1つ、例えば  $\omega$  の符号を正負の何れかに指定してしまつても、その影響は (5.2) の位相を全体として逆転させるだけである。このことは進行波、後退波といった波動の性質を変えることにはならない。

(i) 故に先ず (5.2) の  $\omega$  の符号を正とし、更に  $\omega$  の実部を正と考える。 $t \rightarrow \infty$  で振巾が  $\infty$  にならぬ波を扱うことにすると、 $\omega$  の虚部は負でなければならぬ。

(ii) 次に (5.2) の中で  $x$  方向への進行波のみを採用することにすれば、 $\xi$  の実部が正なる時は  $\xi$  の符号は負の方を選ばねばならぬ。若しも  $\xi$  の実部を負とするなら  $\xi$  の符号は正の方を採用すべきである。何れにせよ  $x$  方向への進行波という条件から、 $\xi$  の

符号の任意性はなくなる。また  $\xi$  の符号が負の時  
は  $x \rightarrow \infty$  で振巾が  $\infty$  にならぬためには  $\xi$  の虚部は  
負でなければならない。

以上の結果をまとめると、(5.2) は次の如くなる。

$$e^{i(\omega t - \xi x)} e^{\pm i \eta z} = e^{i \omega t} e^{-i(\xi x \mp \eta z)}. \quad (5.4)$$

上述の  $\xi$  の実部及び虚部の決め方は  $x$  方向への  
radiation condition によるものといえる。然し単に  
 $x$  方向のみを考えていたのでは、1 次元の radiation  
condition を考えただけであつて、2 次元の問題と  
しては完全ではない。

(iii) 故に更めて

$$\xi = \bar{\xi} + i\hat{\xi}, \quad \eta = \bar{\eta} + i\hat{\eta} \quad (5.5)$$

において  $r = (x^2 + z^2)^{1/2}$  方向の radiation condition  
を考えてみることにする。

$$x = r \cos \varpi, \quad z = r \sin \varpi, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varpi \leq \pi/2 \quad (5.6)$$

とおくと

$$\xi x \mp \eta z = r \{ (\bar{\xi} \cos \varpi \mp \bar{\eta} \sin \varpi) + i (\hat{\xi} \cos \varpi \mp \hat{\eta} \sin \varpi) \}. \quad (5.7)$$

故に (5.4) が  $\varpi$  の如何に拘わらず  $r$  方向への進  
行波であるためには

$$\bar{\xi} \cos \varpi > 0 \quad \text{及び} \quad \mp \bar{\eta} \sin \varpi > 0. \quad (5.8)$$

これらの中第 1 の条件では  $\cos \varpi$  は必ず正である  
から、 $\bar{\xi} > 0$  であるべきことが判る。

次に第 2 の条件から  $\bar{\eta}$  と  $\varpi$  とは異符号であるべ  
きことが判る。

更に  $r \rightarrow \infty$  で振巾が無限大にならぬためには、  
(5.7) の右辺虚部が  $\varpi$  の如何に拘わらず負でなけ  
ればならない。即ち

$$\hat{\xi} \cos \varpi < 0 \quad \text{及び} \quad \mp \hat{\eta} \sin \varpi < 0. \quad (5.9)$$

これらの中第 1 の条件から  $\hat{\xi} < 0$  なるべきことが  
判る。また第 2 の条件から  $\hat{\eta}$  と  $\varpi$  とは同符号であ  
るべきことが判る。

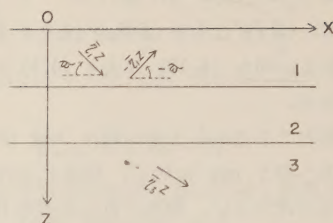
以上の結果を纏めると一般には

$$\xi = \pm (\bar{\xi} - i\hat{\xi}), \quad \eta = \pm (\bar{\eta} - i\hat{\eta}). \quad (5.10)$$

$\bar{\xi}$ ,  $\hat{\xi}$ ,  $\bar{\eta}$ ,  $\hat{\eta}$ , は何れも正の実数。

今第 5.1 図の如き地下構造において、 $x$  方向への  
進行波のみを選ぶことにすれば (i) と (5.10) とか  
ら先ず次の関係が得られる。

$$\xi = \bar{\xi} - i\hat{\xi} \quad (5.11)$$



第 5・1 図

次に最下層においては  $z$  方向への後退波は存在しないので、

$$\eta_3 = \bar{\eta}_3 - i\hat{\eta}_3 \quad (5.12)$$

他の層内には方向への進行波と後退波とが共存しう  
るので、

$$\eta_1 = \pm (\bar{\eta}_1 - i\hat{\eta}_1), \quad \eta_2 = \pm (\bar{\eta}_2 - i\hat{\eta}_2). \quad (5.13)$$

故に (5.2) を  $r$  方向及び  $x$  方向の radiation  
condition で束縛すると、

$$\phi_j \propto e^{i(\omega t - \xi x)} e^{\pm i \eta_j z}, \quad (j=1, 2, 3)$$

となり、然も  $\xi$ ,  $\eta_i$  は (5.11), (5.12), (5.13) の  
如く指定される。

## 参考文献

- 1) SOMMERFELD, A.: Partial Differential Equations in Physics, Acad. Press (1949).

## 地震時報

### 1958 年 1~3 月の顕著地震

#### 1 月 11 日 千島列島南部の地震

1 月 11 日 07 時 57 分 25 秒ごろ、 $44\frac{1}{2}^\circ$  N,  $148^\circ$  E, 深さ約 60 km に起つたもので、北海道東部で有感、最大震度 II, 最大有感距離は釧路まで 340 km.

#### 1 月 23 日 国後島近海の稍深発地震

1 月 23 日 11 時 34 分 12 秒ごろ、 $44^\circ$  N,  $146^\circ$  E, 深さ約 140 km に起つたもので、北海道南東部、東北地方の一部および宇都宮で有感、最大震度 II, 最大有感距離は宇都宮まで 970 km.

#### 2 月 13 日 根室沖の地震

2 月 13 日 08 時 31 分 28 秒ごろ、 $42.8^\circ$  N,  $145.7^\circ$  E, 深さ約 70 km に起つたもので、北海道東部および東北地方の一部で有感、最大震度 IV, 最大有感距離は盛岡管内田瀬まで 530 km.

**2月15日 千島列島南部の地震**

2月15日10時46分43秒ごろ、 $43.5^{\circ}\text{N}$ 、 $147.7^{\circ}\text{E}$ 、深さ約60kmに起つたもので、北海道南東部および東北地方の一部で有感、最大震度III、最大有感距離は盛岡管内浄法寺まで660km。

**2月16日 金華山沖の地震**

2月16日15時04分08秒ごろ、 $38.5^{\circ}\text{N}$ 、 $142.2^{\circ}\text{E}$ 、深さ約60kmに起つたもので、東北地方の全般および関東、中部、北海道各地方の一部で有感、最大震度IV、最大有感距離は釧路まで350km、規模は6.1(気象庁)、 $6\sim 6\frac{1}{4}$ (Pasadena)。

**2月23日 鳥島南方沖の深発地震**

2月23日18時12分24秒ごろ、 $28\frac{1}{2}^{\circ}\text{N}$ 、 $139\frac{3}{4}^{\circ}\text{E}$ 、深さ約450kmに起つたもので、東京と宇都宮だけで有感、震度I、最大有感距離は宇都宮まで880km。

**2月23日 遠州灘の深発地震**

2月23日23時15分40秒ごろ、 $34.3^{\circ}\text{N}$ 、

$137.9^{\circ}\text{E}$ 、深さ約300kmに起つたもので、関東、東北両地方の一部で有感、震度I、最大有感距離は福島管内中村まで465km。

**3月7日 愛知県南岸沖の深発地震**

3月7日05時52分01秒ごろ、 $34.5^{\circ}\text{N}$ 、 $137.3^{\circ}\text{E}$ 、深さ約320kmに起つたもので、水戸管内真壁だけで有感、震度I、震央距離は350km。

**3月11日 石垣島附近の地震**

3月11日09時26分06秒ごろ、 $24\frac{3}{4}^{\circ}\text{N}$ 、 $124\frac{1}{2}^{\circ}\text{E}$ 、深さ約80kmに起つたもので、琉球列島、台湾、宮崎管内油津で有感、油津の震度I、震央距離は1000km。

琉球気象台からの報告によれば、宮古島、石垣島、西表島では震度V、石垣島では死者1名、負傷者1名の他、家屋、石垣、道路、突堤、橋梁などに可成りの被害があつた。

(気象庁地震課)

ZISIN  
JOURNAL OF  
THE SEISMOLOGICAL SOCIETY  
OF JAPAN

Vol. 11, No. 2

SECOND SERIES

June 1958

ARTICLES

- An Equation of States of Forsterite ( $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$ ) and the Upper Part of  
the Earth's Mantle ..... Tatsuhiko WADA.. 55  
On the Torsional Oscillation of the Earth.....Hitoshi TAKEUCHI.. 68  
On the Determination of Crustal Structure by the Dispersion  
Curves of Surface Waves (I) ..... Ryôsuke SATÔ.. 76  
On Sezawa Waves .....Hitoshi TAKEUCHI and Naota KOBAYASHI.. 87  
Crustal Structure in Northern Kwantô District by Explosion  
Seismic Observations ..... Research Group for Explosion Seismolgy..102

CORRESPONDENCES

- An Application of the Ray Theory to Stratified Layers (1)  
..... Kyozi TAZIME..114  
An Application of the Ray Theory to Stratified Layers (2)  
..... Kyozi TAZIME..115  
An Application of the Ray Theory to Stratified Layers (3)  
..... Kyozi TAZIME..117

SEISMOLOGICAL NOTES .....118

---

Published  
by  
the Seismological Society of Japan,  
c/o Geophysical Institute, Faculty of Science, Tokyo University.  
Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan.